

Aşağıdakilerden hangisi üçüncü mertebeden (basamaktan) bir lineer diferansiyel denklemdir?

- A) $2y''' + y' = e^x \cos x$ D) $x^2 y'' - xy' - y = \ln(x^3)$
 B) $y''' - 2x^3 y'' + y' = 0$ E) $y^3 y''' + xy''' - y' = 0$
 C) $y''' - 2y'' + y = 0$

$$y''' - 2x^3 y'' + y' = 0$$

3. mertebe, homojen, lineer
değişken katsayılı.

+ I. $y'' + x(y')^2 y = 0$

- II. $y'' + 2y' = e^y - 1$

+ III. $2y'' + 3y' + y = \sin^2 x$

denklemlerden hangileri ikinci mertebeden lineer diferansiyel denklemdir?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

$$\Rightarrow y = e^1 (y'' + 2y' + 1)$$

$$y' = \frac{\cos x - e^y}{\ln y + x e^y}$$

diferansiyel denkleminin ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Lineer diferansiyel denklemdir.
 B) Tam diferansiyel denklemdir.
 C) Bernoulli diferansiyel denklemdir.
 D) Riccati diferansiyel denklemdir.
 E) Değişkenlerine ayrılabilen bir diferansiyel denklemdir.

$$y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^n + R(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x - e^y}{\ln y + x e^y}$$

$$\frac{(e^y - \cos x) dx + (\ln y + x e^y) dy}{e^y} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y^2 + xy}{2x^2 + 5xy}$$

diferansiyel denkleminin ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Homojen diferansiyel denklemdir.
 B) Lineer diferansiyel denklemdir.
 C) Tam diferansiyel denklemdir.
 D) Değişkenlerine ayrılabilen diferansiyel denklemdir.
 E) Bernoulli diferansiyel denklemdir.

$$M dx + N dy = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$(y^2 + xy) dx + (2x^2 + 5xy) dy = 0$$

$$2y + x \neq 4x + 5y$$

$$y(y+x)$$

$p(x)$ ve $q(x)$ keyfî fonksiyonlar ve n bir gerçel sayı olmak üzere,

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

diferansiyel denklemlerle ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $n \neq 0$ veya $n \neq 1$ ise Bernoulli diferansiyel denklemdir.
 B) $n = 1$ ise bir ayrılabilir diferansiyel denklemdir.
 C) $n = 0$ ise bir lineer diferansiyel denklemdir.
 D) $n = 2$ ise bir lineer diferansiyel denklemdir.
 E) $p(x) = 0$ ise bir ayrılabilir diferansiyel denklemdir.

$$y' + p(x) \cdot y = q(x) \cdot y^n \quad n \neq 0, n \neq 1$$

$$\frac{dy}{dx} = (q(x) - p(x)) \cdot y$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = p(x) \cdot y^n \Rightarrow \frac{dy}{y^n} = p(x) \cdot dx$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x^2 + e^x$$

diferansiyel denkleminin $y(0) = 1$ ve $y'(0) = 0$ koşullarını sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^3 + e^x - 1$

B) $y = \frac{2}{3}x^3 - x + e^x$

C) $y = \frac{x^4}{5} - x^2 + e^x$

D) $y = \frac{x^4}{12} - x + e^x$

E) $y = \frac{x^5}{6} - x^2 + e^x$

$$y'' = x^2 + e^x$$

$$y' = \frac{x^3}{3} + e^x + C_1$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow 0 = 0 + 1 + C_1 \Rightarrow C_1 = -1$$

$$y' = \frac{x^3}{3} + e^x - 1$$

$$y(x) = \frac{x^4}{12} + e^x - x + C_2$$

$$y(0) = 1 \Rightarrow 1 = 0 + 1 - 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$y' + y^2 = 9$$

diferansiyel denkleminin $y(0) = 0$ koşulunu sağlayan

çözümü $y(t)$ 'dir.

Buna göre, $\frac{3+y}{3-y}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-9t}

B) e^{-t}

C) 1

D) e^{3t}

E) e^{6t}

$$y' = \frac{dy}{dt} = 9 - y^2 \Rightarrow \int \frac{dy}{9 - y^2} = \int dt$$

$$\frac{1}{9 - y^2} = \frac{A}{3 - y} + \frac{B}{3 + y} \Rightarrow 1 = A(3 + y) + B(3 - y)$$

$$y = 3 \Rightarrow A = \frac{1}{6}$$

$$y = -3 \Rightarrow B = \frac{1}{6}$$

$$\int \frac{dy}{9 - y^2} = \frac{1}{6} \int \frac{dy}{3 - y} + \frac{1}{6} \int \frac{dy}{3 + y} = \frac{1}{6} (-\ln(3 - y) + \ln(3 + y)) = t + C \Rightarrow 0$$

$$\frac{1}{6} \cdot \ln\left(\frac{3 + y}{3 - y}\right) = t \Rightarrow \ln\left(\frac{3 + y}{3 - y}\right) = 6t \Rightarrow \frac{3 + y}{3 - y} = e^{6t}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{y}, \quad y(0) = -\sqrt{5}$$

başlangıç değer problemi veriliyor.

Buna göre, $y(\pi)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

$$\int y \cdot dy = \int \sin x \cdot dx$$

$$\frac{y^2}{2} = -\cos x + C$$

$$y^2 = -2\cos x + C$$

$$y = -\sqrt{-2\cos x + C} \rightarrow ?$$

$$y = -\sqrt{-2\cos x + 7} \Rightarrow y(\pi) = -\sqrt{2+7} = -3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{x^2}$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir? (c keyfi bir sabittir.)

- A) $y-1=x+c$ B) $y-1=ce^{2x}$ C) $y-1=ce^x$
D) $y-1=ce^{\frac{2}{x}}$ **A) $y-1=ce^{\frac{1}{x}}$**

$$\frac{dy}{1-y} = \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \int \frac{dy}{y-1} = \int -\frac{dx}{x^2}$$

$$\ln|y-1| = \frac{1}{x} + C$$

$$y-1 = e^{\frac{1}{x}} \cdot C$$

$$y' + 2y = 6x^2y \quad y(1) = 1$$

başlangıç değer problemi veriliyor.

Buna göre, $y(2)$ değeri kaçtır?

- A) e^4 B) e^6 C) e^8 D) e^{10}

$$y' = 6x^2y - 2y \Rightarrow y' = (6x^2 - 2)y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int (6x^2 - 2) dx$$

$$\ln y = 2x^3 - 2x + C$$

$$(1,1) \Rightarrow 0 = 2 - 2 + C \Rightarrow C = 0$$

$$y = e^{2x^3 - 2x} \Rightarrow y(2) = e^{16-4} = e^{12}$$

$$y' = (2y+3)x, \quad y(-1)=0$$

başlangıç değeri problemi veriliyor.

Buna göre, $y(2)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3e^4}{2}$ B) $\frac{3}{2}(e^3-1)$ C) $\frac{3}{4}(e^2-2)$
 D) $-\frac{3}{2}+e^4$ E) $\frac{5}{2}-\frac{3}{2}e^2$

$$\frac{1}{2} \int \frac{dy}{2y+3} = \int x \cdot dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln|2y+3| = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\ln(2y+3) = x^2 + C \Rightarrow 2y+3 = e^{x^2} \cdot C$$

$$y(-1)=0 \Rightarrow 3 = e \cdot C \quad 2y+3 = \frac{3}{e} \cdot e^{x^2}$$

$$C = \frac{3}{e} \quad y(2) = \left(\frac{3}{e} \cdot e^4 - 3\right) / 2$$

$$4y' = \frac{y^2 - 25}{y} \text{ diferansiyel denkleminin genel}$$

çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \pm \sqrt{ce^{x/2} - 25}$ B) $y = \pm \sqrt{ce^{x/2} - 5}$
 C) $y = \pm \sqrt{ce^{x/2} + 25}$ D) $y = \pm \sqrt{ce^{x/2} + 5}$

$$\frac{4dy}{dx} = \frac{y^2 - 25}{y}$$

$$\int \frac{4 \cdot y \, dy}{y^2 - 25} = \int dx$$

$$2 \cdot \ln|y^2 - 25| = x + C$$

$$\ln|y^2 - 25| = \frac{x}{2} + C \Rightarrow |y^2 - 25| = e^{\frac{x}{2}} \cdot C$$

$$y^2 = C \cdot e^{x/2} + 25$$

$$y' = \frac{xy - y^2}{x^2} \text{ homojen diferansiyel denklemi veriliyor.}$$

Buna göre, bu denklemin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

(c keyfi sabittir.)

A) $\frac{x}{y} = e^2 + cx$

D) $e^{xy} = cx$

B) $e^{\frac{x}{y}} = cx$

E) $e^{x^2} + cxy = e^{y^2}$

C) $e^{x^2} + cy = e^{xy}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2}$$

$$y = ux$$

$$dy = u dx + x du$$

$$(y^2 - xy) dx + x^2 dy = 0$$

$$(u^2 x^2 - x \cdot ux) dx + x^2 (u dx + x du) = 0$$

$$u^2 dx - u dx + u dx + x du = 0$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int -\frac{du}{u^2} \Rightarrow \ln x = \frac{1}{u} + c$$

$$\ln c + \ln x = \frac{x}{y} \Rightarrow cx = e^{\frac{x}{y}}$$

$$(x+4)dy + (2x-y)dx = 0$$

$$\begin{matrix} x \rightarrow x-4 \\ y \rightarrow y-8 \end{matrix}$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdaki-
lerden hangisidir? (c keyfi bir sabittir.)

A) $\frac{x+4}{y+8} - 2\ln|x+4| = c$

B) $\frac{y+8}{x+4} + 2\ln|x+4| = c$

B) $\frac{y+4}{x+8} + 2\ln|x+8| = c$

E) $\frac{y+8}{x+4} + 2\ln|x-4| = c$

C) $\frac{x+4}{y+8} + 2\ln|x-4| = c$

$$dx = dx, dy = dy$$

$$x dy + (2x - y) dx = 0$$

$$y = ux$$

$$dy = u dx + x du$$

$$x(u dx + x du) + (2x - ux) dx = 0$$

$$u dx + x du + 2 dx - u dx = 0$$

$$\int du = \int -\frac{2 dx}{x} \Rightarrow \frac{y}{x} = -2 \ln x + c$$

$$\frac{y}{x} + 2 \ln x = c$$

$$\frac{y+8}{x+4} + 2 \ln|x+4| = c$$

$y' - y = x$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 1$
koşulunu sağlayan çözümü aşağıdakilerden
hangisidir?

A) $y = 2e^x - x - 1$

B) $y = e^{2x} + x - 1$

C) $y = 2e^x + x + 1$

D) $y = e^{2x} - x$

$$y' + P(x) \cdot y = \theta(x)$$

$$y = e^{-\int P(x) dx} \left[\int \theta(x) \cdot e^{\int P(x) dx} \cdot dx + C \right]$$

$$u(x) = e^{\int P(x) dx} = e^{-\int dx} = e^{-x}$$

$$\int x \cdot e^{-x} dx = -x \cdot e^{-x} - e^{-x}$$

$$\begin{matrix} +x & \searrow & e^{-x} \\ -1 & \searrow & e^{-x} \\ +0 & \searrow & e^{-x} \end{matrix}$$

$$e^{-x} \cdot y' - e^{-x} \cdot y = x \cdot e^{-x}$$

$$\int (y e^{-x})' = \int x \cdot e^{-x} \Rightarrow y \cdot e^{-x} = -x \cdot e^{-x} - e^{-x} + c$$

$$y = -x - 1 + c \cdot e^x \Rightarrow 1 = -1 + c \Rightarrow c = 2$$

$y' + 4xy = 4x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 1 + c \cdot e^{2x^2}$

~~B) $y = 1 + c \cdot e^{-2x^2}$~~

C) $y = c \cdot e^{2x^2}$

D) $y = c \cdot e^{-2x^2}$

$P(x) = Q(x) = 4x$

$M = e^{\int 4x dx} = e^{2x^2}$

$y' \cdot e^{2x^2} + 4x \cdot e^{2x^2} \cdot y = 4x \cdot e^{2x^2}$

$\int (y \cdot e^{2x^2})' = \int 4x \cdot e^{2x^2} = \int e^u du$

$y \cdot e^{2x^2} = e^{2x^2} + c \Rightarrow y = 1 + c \cdot e^{-2x^2}$

$y' - 2y + 3 = 0$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 1$ koşulunu sağlayan çözümünü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{e^{2x}}{3}$ B) $y = \frac{e^x}{3}$ C) $y = \frac{3 + e^{2x}}{2}$ ~~D) $y = \frac{3 - e^{2x}}{2}$~~

$y' - 2y = -3$

$M = e^{-2 \int dx} = e^{-2x}$

$y' \cdot e^{-2x} - 2 \cdot e^{-2x} \cdot y = -3 \cdot e^{-2x}$

$\int (y \cdot e^{-2x})' = \int -3 \cdot e^{-2x} dx$

$y \cdot e^{-2x} = \frac{-3}{-2} \cdot e^{-2x} + c$

$y = \frac{3}{2} + c \cdot e^{2x} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2} + c$
 $\downarrow$
 $c = -\frac{1}{2}$

$y' - (\cos x)y = 2x e^{\sin x}$, $y(0) = 1$

başlangıç değer problemi veriliyor.

Buna göre, $y(\pi)$ değeri kaçtır?

A) $\pi - 1$ B) $\pi + 1$ C) $\pi^2 - 1$ D) π^2 ~~E) $\pi^2 + 1$~~

$M = e^{-\int \cos x dx} = e^{-\sin x}$

$y' \cdot e^{-\sin x} - \cos x \cdot e^{-\sin x} \cdot y = 2x$

$\int (y \cdot e^{-\sin x})' = \int 2x$

$y \cdot e^{-\sin x} = x^2 + c \Rightarrow 1$

$y \cdot 1 = \pi^2 + 1$

$$xy' + 2y = 4x^2, \quad y(1) = 17$$

başlangıç değeri problemi veriliyor.

Buna göre, $y(2)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$\Rightarrow y' + \frac{2}{x} \cdot y = 4x \Rightarrow M = e^{\int \frac{2}{x} dx} = x^2$$

$$x^2 \cdot y' + 2xy = 4x^3$$

$$\int (x^2 \cdot y)' = \int 4x^3 \Rightarrow x^2 \cdot y = x^4 + C$$

$$y = x^2 + \frac{16}{x^2}$$

$$y'' + y' - 6y = 0$$

diferansiyel denkleminin bir çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^{\sqrt{3}x}$ B) $e^{\sqrt{2}x}$ C) e^{4x} D) e^{3x} E) e^{2x}

$$y'' = r^2 \quad y' = r$$

$$r^2 + r - 6 = (r+3)(r-2) = 0$$

$$y = C_1 \cdot e^{-3x} + C_2 \cdot e^{2x}$$

$y'' - ky' - 2y = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü

$y = e^x$ olduğuna göre, k sabiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$y = e^x + \frac{1}{0} e^? \dots$$

$$r = 1$$

$$r^2 - k \cdot r - 2 = 0 \Rightarrow 1 - k - 2 = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$y'' - 5y' + 6y = 0$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

(C_1 ve C_2 keyfî sabitlerdir.)

- A) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$ D) $y = C_1 e^{-6x} + C_2 e^{-x}$
B) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$ E) $y = C_1 e^{6x} + C_2 e^{-x}$
 C) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

$$r^2 - 5r + 6 = (r-3)(r-2) = 0$$

$$y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{3x}$$

$$y'' - 2y' - 3y = 0; y(0) = 3, y'(0) = 5$$

başlangıç değer probleminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = e^{-x} + 2e^{3x}$

B) $y = 2e^{-x} + e^{3x}$

C) $y = \frac{5}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-3x}$

D) $y = \frac{1}{2}e^x + \frac{5}{2}e^{-3x}$

$$r^2 - 2r - 3 = (r - 3)(r + 1) = 0$$

$\downarrow \quad \quad \downarrow$
3 -1

$$y = c_1 \cdot e^{-x} + c_2 \cdot e^{3x} \Rightarrow c_1 + c_2 = 3$$

$$y' = -c_1 \cdot e^{-x} + 3c_2 \cdot e^{3x} \Rightarrow -c_1 + 3c_2 = 5$$

$$c_2 = 2$$

$$r^2 + 3r + 2 = (r + 2)(r + 1) = 0$$

$\downarrow \quad \quad \downarrow$
-2 -1

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

$$y(0) = 3$$

$$y'(0) = -5$$

başlangıç değer probleminin çözümü için

$y(-1)$ değeri kaçtır?

A) $e + e^2$

B) $e + 2e^2$

C) $\frac{e + 1}{e^2}$

D) $\frac{e - 2}{e^2}$

E) $\frac{e + 2}{e^2}$

$$y = c_1 \cdot e^{-x} + c_2 \cdot e^{-2x}$$

$$y(0) = 3 \Rightarrow 3 = c_1 + c_2$$

$$y'(0) = -5 \Rightarrow -5 = -c_1 - 2c_2$$

$$c_2 = 2, c_1 = 1$$

$$y = e^{-x} + 2 \cdot e^{-2x}$$

$$y(-1) = e + 2e^2$$

Sabit katsayılı $y'' + ay' + by = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü

$$y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x}$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) -1

B) -2

C) -3

D) -4

E) -5

$$y = c_1 \cdot e^{2x} + c_2 \cdot e^{-3x}$$

$$r_1 + r_2 = 2 - 3 = -1 = -a \Rightarrow a = 1$$

$$r_1 \cdot r_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = b$$

$$a = 1, b = -6 \Rightarrow a + b = -5$$

$$y'' + 2y' - 3y = 0$$

diferansiyel denkleminin $y(0) = 2$ ve

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ koşullarını sağlayan çözümü

aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3e^{-x}$

B) $y = 3e^{-2x}$

C) $y = 2e^{-x}$

D) $y = 2e^{-2x}$

E) $y = 2e^{-3x}$

$$r^2 + 2r - 3 = (r + 3)(r - 1) = 0$$

$$y = c_1 \cdot e^{-3x} + c_2 \cdot e^x \Rightarrow c_1 + c_2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{c_1}{e^{3x}} + c_2 \cdot e^x \right) = 0$$

$\parallel$
0

$$c_1 = 2$$

$$c_2 = 0$$

$$y = 2 \cdot e^{-3x}$$

$$y'' - 6y' + 25y = 0$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir? (c_1 ve c_2 keyfi sabitlerdir.)

- A) $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{3x}$ D) $y = e^{4x} (c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$
 B) $y = c_1 e^{\cos 4x} + c_2 e^{\sin 4x}$ **4** $y = e^{3x} (c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x)$
 C) $y = e^x (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

$$r^2 - 6r + 25 = 0$$

$$r^2 - 6r + 9 = -16$$

$$(r-3)^2 = -16 \Rightarrow r-3 = \pm 4i$$

$$r = 3 \pm 4i$$

$$y = e^{3x} (c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x)$$

Aşağıdakilerden hangisi, karakteristik denklemi $(r^2 + 4)(r^2 - 4)(r - 5)^2 = 0$

$$y = (c_1 + c_2 x) e^{5x} + c_3 e^{2x} + c_4 e^{-2x}$$

$$+ c_5 \cos 2x + c_6 \sin 2x$$

olan sabit katsayılı bir homojen lineer diferansiyel denklemin çözümlerinden biri değildir?

- A) $\cos(2x)$ **4** $\cos(5x)$ C) $e^{5x} \rightarrow c_1 = 1$
 D) $x \cdot e^{5x}$ E) e^{-2x}
4 $c_5 = 1$ $c_2 = 1$ $c_4 = 1$

$$y'' + 9y = 0$$

diferansiyel denkleminin tüm $y(x)$ çözümleri için

- x** I. $y(x)$ sınırlıdır.
x II. $y(x)$ periyodiktir.
✓ III. $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I **4** B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

$$r^2 + 9 = 0 \Rightarrow r = \pm 3i$$

$$y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x$$

$$I) -\sqrt{c_1^2 + c_2^2} \leq y \leq \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$$II) p_1 = \frac{2\pi}{3} = p_2$$

$$p = [p_1, p_2] = \frac{2\pi}{3}$$

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $ay'' + by' + 3y = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümünün $y = -2xe^{-3x}$ olduğu biliniyor.

Buna göre, a+b toplamı kaçtır?

- A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ **4** $\frac{7}{3}$

$$y = (c_1 + c_2 \cdot x) \cdot e^{-3x}$$

$$(r+3)^2 = r^2 + 6r + 9 = 0$$

$$3a \cdot y'' + 3b \cdot y' + 9y = 0$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, \quad 3b = 6 \Rightarrow b = 2$$

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, $ay'' + 3ay' + 9y = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümünün $y = (3x+2)e^{bx}$ olduğu biliniyor.

Buna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) -8 **4** B) -6 C) -4 D) 8 E) 12

$$y = (c_1 + c_2 \cdot x) \cdot e^{bx}$$

$$(r-b)^2 = r^2 - 2br + b^2$$

$$ar^2 - 2abr + ab^2 = ay'' + 3ay' + 9y$$

$$-2ab = 3a$$

$$b = -\frac{3}{2}$$

$$a \cdot b^2 = 9$$

$$a \cdot \frac{9}{4} = 9 \Rightarrow a = 4$$

$$4 \cdot (-\frac{3}{2}) = -6$$

r pozitif bir gerçel sayı ve a bir gerçel sayı olmak üzere, $y = e^{rx}$ fonksiyonu

$$y''' + y'' + ay' - 10y = 0 \text{ ve } y''' + ay' - y = 0$$

diferansiyel denklemlerinin her ikisini de sağlamaktadır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{20}{3}$ B) $-\frac{22}{3}$ C) $-\frac{25}{3}$ **4** $-\frac{26}{3}$ E) $-\frac{29}{3}$

$$r^3 + r^2 + ar - 10 = 0$$

$$r^3 + ar - 1 = 0$$

$$r^3 + ar - 1 + r^2 - 9 = 0$$

$$r = 3$$

$$27 + 3a - 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{26}{3}$$

Karakteristik denkleminin kökleri 2, 2, -i ve i olan sabit katsayılı lineer homojen diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^{(4)} + 4y''' + 4y'' - 4y' + 4y = 0$

B) $y^{(4)} - 2y''' + 3y'' - 2y' + 2y = 0$

C) $4y''' - 5y'' + 4y' - 4y = 0$

D) $4y''' + 5y'' + 4y' + 4y = 0$

4 E) $y^{(4)} - 4y''' + 5y'' - 4y' + 4y = 0$

$$(r-2)^2 (r^2+1) = 0$$

$$(r^2 - 4r + 4)(r^2 + 1) = 0$$

$$r^4 + r^2 - 4r^3 - 4r + 4r^2 + 4 = 0$$

$$r^4 - 4r^3 + 5r^2 - 4r + 4 = 0$$

$$y^{(4)} - 4y''' + 5y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$y'' - y' = 1$$

diferansiyel denkleminin $y(0)=0$ ve $y'(0)=1$ başlangıç koşullarını sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = e^x - 1$ B) $y = e^x - x - 1$ C) $y = 2e^x - x - 2$
D) $y = e^x - e^{-x} - x$ E) $y = 2e^x - 2e^{-x} - x$

$$\left. \begin{array}{l} 0 - m = 1 \\ m = -1 \end{array} \right\} y = -x$$

$$y = y_h + y_d \quad r^2 - r = r(r-1) = 0$$

$$y = c_1 \cdot e^{0x} + c_2 \cdot e^x$$

$$y = mx, \quad y' = m, \quad y'' = 0$$

$$y = c_1 + c_2 \cdot e^x - x$$

$$0 = c_1 + c_2$$

$$y' = c_2 \cdot e^x - 1 \Rightarrow 1 = c_2 - 1 \Rightarrow c_2 = 2$$

$$c_1 = -2$$

k bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$3y'' + ky = \cos(2x)$$

diferansiyel denkleminin bir çözümü sınırlı olmayan bir fonksiyon olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

$$y = A \cdot \sin 2x + B \cdot \cos 2x$$

$$y_d = B \cdot \cos 2x, \quad y'' = -4B \cdot \cos 2x$$

$$-12 \cdot B \cdot \cos 2x + k \cdot B \cdot \cos 2x = \cos 2x \Rightarrow B \cdot (k - 12) = 1$$

$$k - 12 = \frac{1}{B} \rightarrow \infty \quad k = 12$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5x^4 + 2xy}{3y^2 - x^2}$$

diferansiyel denkleminin kapalı çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 + c = xy + x^5$ B) $y^3 + c = x^2y + x^5$
C) $y^2 + c = x^2y - x^5$ D) $y^3 + c = xy + x^5$

$$\int (5x^4 + 2xy) dx + \int (x^2 - 3y^2) dy = 0$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow$$

$$2x \quad \quad = \quad 2x$$

$$x^5 + x^2y - y^3 = C$$

$$x^5 + x^2y - y^3 = C$$

Aşağıdakilerden hangisi

$$xy' + 2y = 5x$$

denklemini için bir integral çarpanıdır?

- A) x B) e^{2x} C) e^{-2x} D) e^{x^2} E) $x^2 + 1$

$$x^2 dy + (2yx - 5x^2) dx = 0$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow$$

$$2x \quad \quad = \quad 2x$$

$$x dy + (2y - 5x) dx = 0$$

$$1 \leftarrow 2$$

$$\frac{2-1}{x} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} \cdot u = \frac{du}{dx}$$

$$\frac{du}{u} = \frac{dx}{x} \Rightarrow u = x$$

m bir gerçel sayı olmak üzere, $\mu(y) = y^m$ fonksiyonu

$$y e^x dx - (e^x + y^3) dy = 0$$

diferansiyel denkleminin bir integral çarpanıdır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

2.yol

$$y^{m+1} \cdot e^x dx - (e^x \cdot y^m + y^{m+3}) dy = 0$$

$$(m+1) \cdot y^m \cdot e^x = -e^x \cdot y^{m+2}$$

$$m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$$

$$y \cdot e^x dx - (e^x + y^3) dy = 0$$

$$e^x \leftarrow -e^x$$

$$\frac{-2e^x}{y \cdot e^x} = -\frac{2}{y} \Rightarrow -\frac{2}{y} \cdot u = \frac{du}{dy}$$

$$-\frac{2dy}{y} = \frac{du}{u}$$

$$-2 \ln y = \ln u$$

$$y^{-2} = u$$

Aşağıdakilerden hangisi $(e^{2x} + 3y)dx + dy = 0$ denklemini için bir integral çarpanıdır?

- A) e^{3x} B) e^{-3x} C) $\sin 3x$
D) $\cos 3x$ E) $e^{3x} \cos 3x + e^{-3x} \sin 3x$

$$(e^{2x} + 3y) dx + dy = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \rightarrow 0$$

$$\frac{3-0}{1} = 3 \Rightarrow 3 \cdot u = \frac{du}{dx}$$

$$3 dx = \frac{du}{u} \Rightarrow \ln u = 3x$$

$$u = e^{3x}$$

k bir gerçel sayı olmak üzere, $\mu(x) = e^{kx}$ fonksiyonu

$$y(y-3x+3)dx + (3x-2y)dy=0$$

diferansiyel denkleminin bir integral çarpanıdır.

Buna göre, k kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$(y^2 - 3xy + 3y) dx + (3x - 2y) dy = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2y - 3x + 3 \rightarrow 3$$

$$\frac{2y - 3x + 3}{3x - 2y} = -1$$

$$-1 \cdot u = \frac{du}{dx} \Rightarrow -dx = \frac{du}{u}$$

$$u = e^{-x}$$

$$I) \left(\frac{dy}{x} - \frac{y}{x^2} \right) dx = 0$$

$$x dy - y dx = 0$$

$$\mu_1 = \frac{1}{x^2}$$

diferansiyel denklemini için

$$\mu_2 = \frac{1}{y^2}$$

$$\mu_3 = \frac{1}{xy}$$

$$-\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

fonksiyonlarından hangileri bir integral çarpanıdır?

- A) Yalnız μ_3 B) μ_1 ve μ_2 C) μ_2 ve μ_3
D) μ_1 ve μ_3 E) μ_1, μ_2 ve μ_3

$$II) \left(\frac{x dy}{y^2} - \frac{dx}{y} \right) = 0$$

$$III) \frac{dy}{y} - \frac{dx}{x} = 0$$

$$0 = 0$$

$$M(x, y) dx + (xy^2 - 2x) dy = 0$$

denklemini tam diferansiyel denklem olduğuna göre, $M(x, y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

(f keyfi fonksiyon, c keyfi sabittir.)

- A) $\frac{y^3}{3} - 2y + f(x)$ B) $\frac{y^3}{3} - 2x + c$ C) $x^2y + f(y)$
D) $\frac{x^2y^2}{2} - x^2 + f(y)$ E) $\frac{xy^3}{3} - 2xy + f(x)$

$$M(x, y) dx + (xy^2 - 2x) dy = 0$$

$$\frac{dM(x, y)}{dy} = \frac{d(xy^2 - 2x)}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = y^2 - 2$$

$$\int dM = \int (y^2 - 2) dy$$

$$M = \frac{y^3}{3} - 2y + f(x)$$

A ve B gerçel sayılar olmak üzere,

$$(Axy + 3y^2) dx + (x^2 + Bxy) dy = 0$$

diferansiyel denklemini bir tam diferansiyel denklemdir.

Buna göre, A+B toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$(Axy + 3y^2) dx + (x^2 + Bxy) dy = 0$$

$$Ax + by = 2x + By$$

$$A = 2, B = 6$$

A ve B birer gerçel sayı olmak üzere,

$$Axy^3 dx + Bx^2y^2 dy = 0$$

denklemini bir tam diferansiyel denklemdir.

$$Axy^3 dx + Bx^2y^2 dy = 0, y(e) = e$$

başlangıç değer probleminin çözümü $y(x)$ olduğuna göre, $y(e^4)$ değeri kaçtır?

- A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

$$Axy^3 dx + Bx^2y^2 dy = 0$$

$$3Ax y^2 = 2Bx y^2 \Rightarrow 3A = 2B$$

$$\int 2xy^3 dx + \int 3x^2y^2 dy = 0$$

$$x^2y^3$$

$$x^2y^3$$

$$x^2y^3 = C \Rightarrow C = e^5$$

$$x^e \cdot y^3 = e^5 \Rightarrow e^8 \cdot y^3 = e^5$$

$$y^3 = e^{-3} \Rightarrow y = \frac{1}{e}$$

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} \rightarrow (x^2)^k$$

fonksiyonu, aşağıdaki başlangıç değer problemlerinden hangisinin bir çözümüdür?

A) $y' + xy = 0, y(0) = 1$ D) $y' - xy = 0, y(0) = 1$

B) $y' + 2xy = 0, y(0) = 1$ E) $y'' - xy = 0, y(0) = 1$

C) $y' - 2xy = 0, y(0) = 1$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \Rightarrow y(x) = e^{x^2}$$

$$y = e^{x^2}, y' = 2x \cdot e^{x^2}$$

$$2x \cdot e^{x^2} - 2x \cdot e^{x^2} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 3x - 2y \Rightarrow \frac{dx}{3x-2y} = dt \\ \frac{dy}{dt} &= 2x + 3y \Rightarrow \frac{dy}{2x+3y} = dt \end{aligned}$$

$$\frac{dx}{3x-2y} = \frac{dy}{2x+3y}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 4 = 13$$

diferansiyel denklem sisteminin karakteristik denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) 5 B) 9 C) 13 D) 17 E) 19

$$x = t^2 \Rightarrow x' = 2t$$

$t > 0$ olmak üzere, $\frac{d^2y}{dt^2} \cdot \frac{1}{t} \cdot \frac{dy}{dt} - 16t^2y = 0$

diferansiyel denkleminde $x = t^2$ değişken değiştirilmesi yapılırsa elde edilen diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\frac{d^2y}{dx^2} - 16y = 0$ B) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$ C) $\frac{d^2y}{dx^2} - 16xy = 0$

D) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4xy = 0$ E) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = y' \cdot 2t$$

$$\frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{t} = 2y'$$

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d\left(\frac{dy}{dt}\right)}{dt} = \frac{d(t \cdot 2y_x)}{dt}$$

$$\frac{d}{dx} (t \cdot 2y_x)$$

$$= \frac{t_x \cdot 2y_x + t \cdot 2 \cdot y_{xx}}{t_x}$$

$$= 2y_x + \frac{2t \cdot y''}{1/2\sqrt{x}} = 2y' + 4x \cdot y''$$

$$\begin{aligned} x &= t^2 \\ t &= \sqrt{x} \\ t_x &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$2y' + 4x \cdot y'' - \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} \cdot 2y' - 16xy = 0 \Rightarrow 4x(y'' - 4y) = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{t} \frac{dy}{dt} - 16t^2 y = 0$$

$$x = t^2$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{dt}{dx}} = \frac{y_x}{t_x}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{y_{xx} t_x - y_x t_{xx}}{(t_x)^3}$$

$$\begin{cases} x = t^2 \\ t = \sqrt{x} \end{cases} \quad t_x = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$t_{xx} = \frac{-\cancel{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{4x} = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$$

$$= \frac{y'' \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + y' \cdot \frac{1}{4x\sqrt{x}}}{\frac{1}{8x\sqrt{x}}}$$

$$= 4y'' \cdot x + y' \cdot 2$$

$$2y' + 4xy'' + y' \cdot \cancel{2\sqrt{x}} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{\sqrt{x}}} \right) - 16x \cdot y = 0$$

$$4xy'' - 16xy = 4x(y'' - 4y) = 0$$

$$\boxed{y'' - 4y = 0}$$

$$xy'' + y' = 0$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü
aşağıdakilerden hangisidir?

(c_1 ve c_2 keyfî sabitlerdir.)

- 4 $y = c_1 \ln|x| + c_2$ B) $y = c_1 x + c_2$ C) $y = c_1 (x + \ln|x|)$
D) $y = c_1 x + \ln|x|$ E) $y = \ln|x|$

2.401 $y' = p \quad x.p' + p = 0$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p}{x} \Rightarrow \left(\frac{dp}{p} = -\frac{dx}{x} \right)$$

$$\ln p + \ln x = \ln c \Rightarrow p = \frac{c}{x} = \frac{dy}{dx}$$

$x > 0$ olmak üzere,
diferansiyel denkleminin genel çözümü
aşağıdakilerden hangisidir?

(c_1 ve c_2 keyfî sabitlerdir.)

- A) $y(x) = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-3}$ D) $y(x) = c_1 x + c_2 x^{3x}$
B) $y(x) = c_1 x + c_2 x^{-3}$ E) $y(x) = c_1 e^{-3x} + c_2 x^{3x}$
4 $y(x) = c_1 x + c_2 x^3$

$k \in \mathbb{R}$ ve $x > 0$ olmak üzere,

$$x^2 y'' + k x y' + 3y = 0$$

denkleminin bir çözümü $y = x^1$ 'tir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu denklemin bir baska çözümüdür?

- A) $y = e^x$ B) $y = e^{3x}$ C) $y = \ln x$ D) $y = x^2$ E) $y = x^3$

1.401 $x.y'' + y' = (y'.x)' = 0$

$$y'.x = C \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{C}{x}$$

$$\int dy = \int C \cdot \frac{dx}{x} \Rightarrow y = c_1 \ln x + c_2$$

3.401 $x.y'' + y' = 0 \quad /x$

$$x^2.y'' + x.y' = 0$$

$$N(N-1) + N = N^2 = 0$$

$$y = c_1 x^0 + c_2 x^0 \cdot \ln x$$

$$y = x^N, \quad y' = N \cdot x^{N-1}, \quad y'' = N(N-1)x^{N-2}$$

$$N(N-1) - 3N + 3 = N^2 - 4N + 3 = 0$$

$$(N-3)(N-1) = 0$$

$$y = c_1 x^3 + c_2 x^1$$

$$x^2 y'' + k x y' + 3y = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$N \cdot (N-1) + k \cdot N + 3 = 0$$

$$k = -3$$

$$N^2 - N - 3N + 3 = N^2 - 4N + 3 = 0$$

$$(N-3)(N-1) = 0$$

$$y = c_1 x + c_2 x^3$$

$c > 0$ olmak üzere, $y^2 - x^2 = c$

hiperbol ailesi veriliyor.

Aşağıdaki eğrilerden hangisi bu aileyi dik keser?

A) $y = x^2$ B) $x = y^2$ C) $xy = 1$

D) $x^2 + y^2 = 1$ E) $x^2 - y^2 = 1$

$$y \cdot y' - x = 0 \Rightarrow y' = \frac{x}{y} \Rightarrow y' = -\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$$

$$\ln y + \ln x = \ln c$$
$$y \cdot x = c$$

c_1 ve c_2 sabitler olmak üzere, $y = c_1 x^2 + k$ eğrileri ile $x^2 + 2y^2 - y = c_2$ eğrileri dik kesişmektedir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

$$y' = 2c_1 x$$
$$-\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{4y-1}$$
$$2c_1 x \cdot \frac{-2x}{4y-1} = -1$$
$$4c_1 x^2 = 4y-1$$
$$4c_1 x^2 = 4c_1 x^2 + 4k - 1$$
$$k = \frac{1}{4}$$

$k > 0$ orantı sabiti, t ise zaman değişkeni olmak üzere,

"P(t) canlı nüfusunun zamana göre değişim oranı, mevcut nüfus ile doğru orantılıdır."

biçiminde ifade edilen problemi modelleyen diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{dP}{dt} = k$ B) $\frac{dP}{dt} = k t$ C) $\frac{dP}{dt} = k P$

D) $\frac{dP}{dt} = \frac{k t}{P}$ E) $\frac{d^2 P}{dt^2} = k P^2$

$P(t) \rightarrow$ mevcut nüfus

$\frac{dP(t)}{dt} \rightarrow$ zamana göre değişimi

$$\frac{\frac{dP}{dt}}{P} = k \quad \left\} \quad \frac{dP}{dt} = k \cdot P$$

Boş bir adaya 350 keçi bırakılıyor. Adadaki keçi sayısının her 8 yılda iki katına çıktığı görülüyor.

Buna göre, t yıl sonra adadaki keçi sayısını belirten f fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(t) = 350 \cdot 0,125^t$ D) $f(t) = 350 \cdot 8^{2t}$

B) $f(t) = 350 \cdot 2^{0,125t}$ E) $f(t) = 350 \cdot 2^{8t}$

C) $f(t) = 350^{8t}$

$$350 \xrightarrow{8 \text{ yıl}} 2 \cdot 350 \xrightarrow{8 \text{ yıl}} 2^2 \cdot 350$$

$$f(t) = 2^{\frac{t}{8}} \cdot 350$$

$$\text{Başlangıç} = 350$$

$$8 \cdot 1 \text{ yıl bitince} = 2 \cdot 350$$

$$8 \cdot 2 \text{ yıl} \quad " \quad = 2^2 \cdot 350$$

$P(t)$, bir bakteri kültürünün t anındaki bakteri sayısını göstermek üzere, bu bakteri kültürünün büyüme modeli

$$\frac{dP}{dt} = 2t$$

diferansiyel denklemi ile veriliyor.

Bu kültürde başlangıçta 100 bakteri olduğuna göre, 20 saniye sonra toplam kaç bakteri vardır?

- A) 120 B) 200 C) 350 D) 440 E) 500

Miktar $P(t)$

$$\int dP = \int 2t \cdot dt$$

$$P(t) = t^2 + C \rightarrow 100$$

$$P(t) = t^2 + 100$$

$$P(20) = 20^2 + 100 = 500$$

V_0 km/dakika hız ile harekete başlayan bir uçağın harekete başladıktan t dakika sonra sahip olduğu

$$\text{hız } v(t) \quad v'(t) = 6 \cdot A \cdot t$$

diferansiyel denklemi ile modelleniyor.

Harekete başladıktan 1 dakika sonra uçağın hızı $4V_0$ olduğuna göre, A sabiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) V_0 B) $2V_0$ C) $3V_0$ D) $4V_0$ E) $5V_0$

$$v(1) = 4V_0$$

$$v(0) = V_0$$

$$\int v'(t) = \int 6A t$$

$$v(t) = 3A t^2 + V_0$$

$$v(1) = 4V_0 = 3A + V_0$$

$$3V_0 = 3A \Rightarrow A = V_0$$

Bir kaptaki tuz miktarı, herhangi bir t (saniye) anında $y(t)$ fonksiyonu ile verilmektedir.

Başlangıçta 4 gram tuz bulunan bu kaptaki tuz miktarı

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3t^2 + 2t + 1}{2y}$$

oranında artmaya başlıyor.

Buna göre, başlangıçtan 4 saniye sonra kapta kaç gram tuz bulunur?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$y(0) = 4$$

$$\int 2y \cdot dy = \int (3t^2 + 2t + 1) dt$$

$$y^2 = t^3 + t^2 + t + C \rightarrow 16$$

$$y^2 = t^3 + t^2 + t + 16$$

$$y^2(4) = 64 + 16 + 4 + 16 = 100$$

$$y(4) = 10$$

Tuğba'nın antibiyotik kullanmaya başladıktan sonra, vücudundaki yararlı bakteri türünün t (saat) anındaki sayısı $B(t)$ milyon oluyor ve

$$\frac{dB}{dt} = 10 - 2B$$

$$B(0) = 20$$

başlangıç değer problemi ile modelleniyor.

Buna göre, Tuğba'nın vücudundaki bu bakteri türünün sayısı, antibiyotiği kullanmaya başladıktan kaç saat sonra yarıya iner?

- A) $\frac{\ln 3}{4}$ B) $\frac{\ln 3}{3}$ C) $\frac{\ln 3}{2}$ D) $\frac{2 \ln 3}{3}$ E) $\frac{3 \ln 3}{4}$

$$B(t) = 15 \cdot e^{-2t} + 5 = 10$$

$$B(0) = 20$$

$$\int \frac{dB}{5-B} = \int 2 dt$$

$$-\ln|5-B| = 2t + C$$

$$\ln(B-5) = -2t + C$$

$$B = e^{-2t} \cdot C + 5 \Rightarrow C = 15$$

$$15 \cdot e^{-2t} = 5 \Rightarrow e^{-2t} = \frac{1}{3}$$

$$2t = \ln 3 \Rightarrow t = \frac{\ln 3}{2}$$

Merkez Bankasının t zamanında piyasaya sürdüğü para $y(t)$ ve α sabit olmak üzere, paradaki değişim

$$y' = \frac{y^2}{\alpha t^2}$$

$$y(1) = \frac{\alpha}{2}$$

başlangıç değer problemi ile modellenmektedir.

Buna göre, $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ değeri kaçtır?

- A) α B) 2α C) $\frac{\alpha}{2}$ D) $\frac{3\alpha}{2}$ E) $\frac{5\alpha}{2}$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^2}{\alpha t^2} \Rightarrow \int \frac{dy}{y^2} = \int \frac{dt}{\alpha t^2}$$

$$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{\alpha t} - \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{2}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{C}$$

$$C = \alpha$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{\alpha t} + \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{t+1}{\alpha t}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\alpha t}{t+1} = \alpha$$

Vücuda enjekte edilen 1 gramlık bir ilacın t saat sonunda vücutta kalan miktar $y(t)$ gram olmak üzere, y fonksiyonu

$$y' + y = \frac{1}{2}$$

diferansiyel denklemi ile modellenmektedir.

Buna göre, bu ilacın vücuttan asla atılamayan miktarı kaç gramdır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2} + \frac{C \cdot e^{-t}}{2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} - y = \frac{1-2y}{2}$$

$$y(0) = 1$$

$$-\int \frac{2dy}{1-2y} = \int dt \Rightarrow -\ln|1-2y| = t + C$$

$$\ln(2y-1) = -t + C$$

$$2y = e^{-t} \cdot C + 1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{C}{2 \cdot e^t} \right) = \frac{1}{2}$$

Bir bardak çaya atılan 10 gramlık bir küp şekerin herhangi bir t (saniye) anındaki erimemiş şeker miktarı $S(t)$ gram olmak üzere, S fonksiyonu

$$\frac{dS}{dt} = -kS \quad (k > 0 \text{ sabit})$$

diferansiyel denklemi ile modellenmektedir.

Bir adet küp şeker çaya atıldıktan 1 saniye sonra çaydaki erimemiş şeker miktarı 5 gramdır.

Buna göre, bir adet küp şeker çaya atıldıktan 3 saniye sonra çaydaki erimemiş şeker miktarı kaç gramdır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{5}{32}$

$$S(0)=10, \quad S(1)=5, \quad S(3)=?$$

$$\left(\frac{dS}{S} = -k \right) dt \Rightarrow \ln S = -kt + C$$

$$S(t) = e^{-kt} \cdot C \rightarrow 10$$

$$S(t) = 10 \cdot e^{-kt}$$

$$S(1) = 10 \cdot e^{-k} = 5 \Rightarrow e^{-k} = \frac{1}{2}$$

$$S(3) = 10 \cdot (e^{-k})^3 = 10 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{4}$$

Radyoaktif bozunmaya uğrayan bir radyoaktif maddenin herhangi bir t (yıl) sonundaki miktarı $y(t)$ olmak üzere, bozunma durumu

$$y' = (-\ln 2)y, \quad y(0) = y_0$$

başlangıç değer problemi ile modellenmektedir.

Buna göre, radyoaktif madde miktarı kaç yıl sonra yarıya iner?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

$$\left(\frac{dy}{y} = -\ln 2 \right) dt$$

$$\ln y = -\ln 2 \cdot t + \ln C$$

$$\ln y = \ln(2^{-t} \cdot C)$$

$$y = C \cdot 2^{-t} \Rightarrow C = y_0$$

$$y = \frac{y_0}{2^t} \Rightarrow \frac{y_0}{2} \Rightarrow t = 1$$

Bir ortamda bulunan bakterilerin t anındaki sayısı milyon türünden $P(t)$ olarak gösterilmekte ve

$$\frac{dP}{dt} = 40 - 4P = 4(10 - P)$$

$$P(0) = 12$$

başlangıç değer problemini sağlamaktadır.

Buna göre, $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\left(\frac{dP}{10-P} = 4 \right) dt$$

$$P(0) = 12$$

$$-\ln|10-P| = 4t + C$$

$$\ln(P-10) = -4t + C$$

$$P(t) = e^{-4t} \cdot C + 10$$

$$= \frac{C}{e^{4t}} + 10$$

$$t \rightarrow \infty \\ P \rightarrow 10$$

İçerisinde çamurlu su bulunan bir havuzun suyu, temizleme ünitesinden geçirildikten sonra tekrar havuza boşaltılmaktadır. Havuzdaki çamur miktarı herhangi bir t (saat) anında $M(t)$ olmak üzere, havuzdaki çamur miktarı

$$\frac{dM}{dt} = \frac{-M}{2} \quad M(0) = M_0$$

başlangıç değer problemi ile modelleniyor.

(M_0 pozitif bir gerçel sayıdır.)

Buna göre, havuzda başlangıç anında bulunan çamur miktarı kaç saat sonra yarıya iner?

- A) 1 B) $\ln 2$ C) $\ln 4$ D) $e - 1$ E) e

$$\int \frac{dM}{M} = \int -\frac{dt}{2}$$

$$\ln M = -\frac{t}{2} + C$$

$$M = e^{-\frac{t}{2}} \cdot C \rightarrow M_0$$

$$M(t) = \frac{M_0}{e^{t/2}} = \frac{M_0}{2}$$

$$e^{t/2} = 2$$

$$\frac{t}{2} = \ln 2$$

$$t = 2 \ln 2 = \ln 4$$

Yüzey alanı 1 birimkare olan bir ekmek dilimi üzerinde oluşan küfün yüzey alanı t gün sonunda $y(t)$ birimkare olmak üzere, küflenene alan

$$y' = k(1-y)y, \quad y(0) = 0,01$$

başlangıç değer problemi ile modelleniyor.

(k bir gerçel sayıdır.)

Bir gün sonunda ekmek dilimi üzerindeki küfün yüzey alanı 0,1 birimkare olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) $\ln 3$ B) $\ln 9$ C) $\ln 11$ D) $\ln 33$ E) $\ln 99$

$$y(0) = 0,01, \quad y(1) = 0,1$$

$$\int \frac{dy}{(1-y) \cdot y} = k \int dt \Rightarrow \int \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{1-y} \right) dy = k \int dt$$

$$\ln y - \ln(1-y) = kt + C$$

$$\frac{y}{y-1} = e^{kt} \cdot C$$

$$t=0 \Rightarrow \frac{0,01}{1-0,01} = \frac{0,01}{0,99} = \frac{1}{99} = C$$

$$t=1 \Rightarrow \frac{0,1}{1-0,1} = \frac{0,1}{0,9} = \frac{1}{9} = \frac{1}{99} \cdot e^k \Rightarrow 11 = e^k$$

$$\ln 11 = k$$

Başlangıçta içinde 1000 ton su bulunan bir gölette-
ki su miktarı yağmur yağdıktan 1 saat sonra 4000
tona ulaşmıştır. Göletteki su miktarı herhangi bir t
(saat) anında ton cinsinden $S(t)$ olmak üzere,

S fonksiyonu; $\frac{dS}{dt} = k \frac{S}{t+1}$

diferansiyel denklemini ile modelleniyor.
(k pozitif bir gerçel sayıdır.)

Buna göre, k değeri kaçtır?

- A) $\ln 2$ B) 1 C) $\ln 4$ D) e 4) 2

$$S(0) = 1000, \quad S(1) = 4000$$

$$\int \frac{dS}{S} = k \int \frac{dt}{t+1}$$

$$\ln S = k \cdot \ln(t+1) + \ln C$$

$$S(t) = (t+1)^k \cdot C$$

$$t=0 \Rightarrow S(0) = C = 1000$$

$$S(t) = 1000 \cdot (t+1)^k$$

$$t=1 \quad S(1) = 1000 \cdot \underbrace{(t+1)}_2^k = 1000 \cdot 2^k = 4000$$

$$2^k = 4$$

$$k = 2$$

Patlayan bir topun içindeki havanın herhangi bir
t (dakika) anındaki hacmi $H(t)$ ile gösterilmek üzere,

H fonksiyonu

$$\frac{dH}{dt} = \frac{-H^2}{\sqrt{t+1}} \quad \text{ve} \quad H(0) = \frac{1}{8}$$

başlangıç değer problemi ile modellenmektedir.

Buna göre, patlayan bir topun içindeki havanın
hacmi top patladıktan kaç dakika sonra yarıya iner?

- A) 15 B) 18 4) 24 D) 35 E) 48

$$H(0) = \frac{1}{8}, \quad H(t) = \frac{1}{16}$$

$$\int -\frac{dH}{H^2} = \int \frac{dt}{\sqrt{t+1}}$$

$$\frac{1}{H} = 2\sqrt{t+1} + C$$

$$8 = 2 + C \Rightarrow C = 6$$

$$H(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+1} + 6} = \frac{1}{16} \Rightarrow \sqrt{t+1} = 5$$

$$t+1 = 25$$

$$t = 24$$