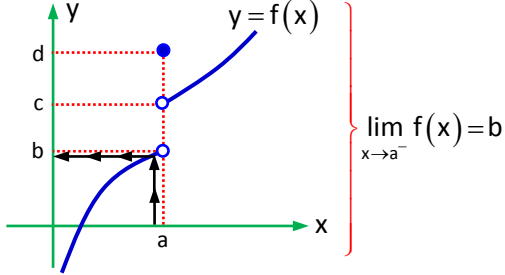


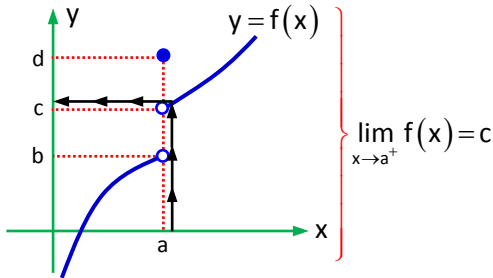
LİMİT 1

Sağdan ve Soldan Limit Kavramları

1. Bir $f(x)$ fonksiyonunda x değişkeni, a reel sayısına a dan küçük değerlerden yaklaştığında $f(x)$ in yaklaştığı reel sayı değerine $f(x)$ in $x = a$ daki soldan limiti denir ve $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ biçiminde gösterilir.



2. Bir $f(x)$ fonksiyonunda x değişkeni, a reel sayısına a dan büyük değerlerden yaklaştığında $f(x)$ in yaklaştığı reel sayı değerine $f(x)$ in $x = a$ daki sağdan limiti denir ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ biçiminde gösterilir.

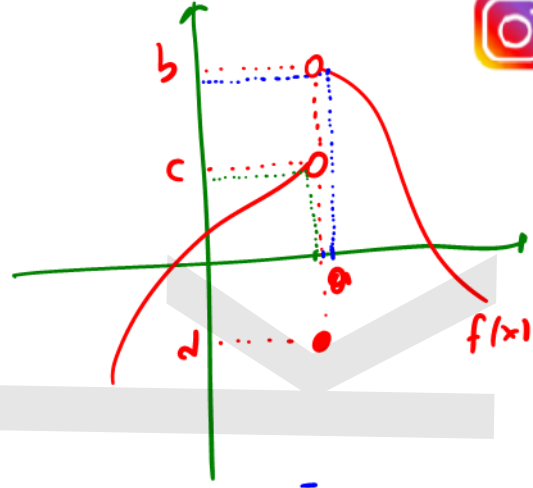


3. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ise $f(x)$ in $x = a$ da limiti vardır ve $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ olarak gösterilir.

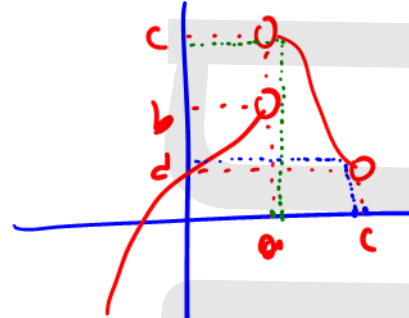
4. Bir fonksiyonun $x = a$ da limitinin olması için $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ olması şarttır.

5. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ise $f(x)$ in $x = a$ da limiti yoktur.

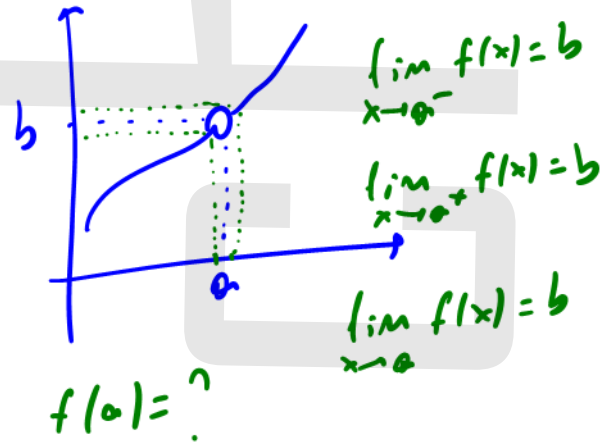
6. $f(x)$ in $x = a$ da limitinin olması için a noktasında tanımlı olması gerekmez.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c = c$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} (f \circ f)(x) = f(f(a^+)) = f(c^-) = d^+ = d$$



Denklemleri (Kuralı) Verilen Fonksiyonlarda Limit

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\xrightarrow{\substack{f(x) \text{ te} \\ x \text{ yerine } a \\ \text{yazıldığında} \\ \text{bulunan}}} f(a)$ sonucuna bakılır:

1. $f(a)$ tanımsız ya da belirsiz değilse istenen limit değeri $f(a)$ dır.

2. $f(a)$ tanımsız ise

ya sağ ve sol limit değerlerine bakılır,
ya da $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{(x-a)^n} = \begin{cases} \text{yoktur} & ; n \text{ tek ise} \\ \mp \infty & ; n \text{ çift ise} \end{cases}$$

kuralı kullanılır.

3. $f(a)$ sonucu belirsiz ise belirsizlik giderildikten sonra limit alınır.

4. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ veya $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ bulunurken de $f(a)$ değerine bakılır. Bu değer, $f(x)$ in kritik noktası değilse istenen limit değeri $f(a)$ dır.

5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \mp g(x)] = f(a) \mp g(a)$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = f(a) \cdot g(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)} \quad (g(a) \neq 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{f(a)} \quad (\sqrt[n]{f(a)} \in \mathbb{R})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \log f(x) = \log f(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} c^{f(x)} = c^{f(a)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |f(a)|$$

6. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$n \cdot \infty = \infty$$

$$n \cdot (-\infty) = -\infty$$

$$\left(\frac{n}{\infty}\right) = 0$$

$$\left(\frac{n}{-\infty}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\infty}{n}\right) = \infty$$

$$\left(\frac{-\infty}{n}\right) = -\infty$$

$$n + \infty = \infty$$

$$n - \infty = -\infty$$

$$(\infty)^n = \infty$$

$$(n)^\infty = \infty$$

$$(\infty)^{-n} = \frac{1}{(\infty)^n} = 0$$

$$(n)^{-\infty} = \frac{1}{n^\infty} = 0$$

$$(-\infty)^{2n} = \infty$$

$$(-\infty)^{2n-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x+1) = 5 \cdot 2 + 1 = 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x+1}{(x-2)^1} = \frac{11}{0} = \text{Yok}$$

$n=1$ Teh

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+1}{x-2} = \frac{11}{0^-} = -\infty / \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x+1}{x-2} = \frac{11}{0^+} = +\infty$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 2 \\ 5x-1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1^2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 5 \cdot 5 - 1 = 24$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (5x-1) = 9 \end{cases} \text{ yok}$$

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \left| \frac{x^2 - 4}{x + 1} \right| = \frac{4 - 4}{2 + 1} = 0$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} [x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+n)] = \underline{x} + \underline{(x+1)} + \underline{(x+2)} + \dots + \underline{(x+x)}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3x^2 + x}{2}$ B) $\frac{3x^2 + 3x}{2}$ C) $\frac{x^2 + 3x}{2}$
D) $2x^2 + x$ E) $2x^2 - x$

$= x \cdot (x+1) + \frac{x(x+1)}{2}$
 $= x(x+1) \left(1 + \frac{1}{2} \right) = (x^2 + x) \cdot \frac{3}{2} = \frac{3x^2 + 3x}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} 2^{1-f(x)} = 4$ $2^{1-f(2)} = 4 = 2^2 \rightarrow 1-f(2)=2 \rightarrow f(2)=-1$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{1+g(x)} = 2$ $\sqrt{1+g(2)} = 2 \rightarrow 1+g(2)=4 \rightarrow g(2)=3$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} (f(2x) \cdot g(x+1))$ limitinin değeri kaçtır?

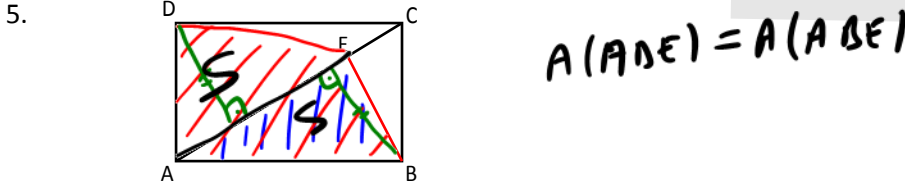
- A) 10 B) 6 C) 2 D) -3 E) -1

$f(2) \cdot g(2) = -3$

4. $\lim_{x \rightarrow 4} (\log_3(2x+37) - \log_3(x+1)) = \log_3 45 - \log_3 5 = \log_3 \frac{45}{5} = \log_3 9 = 2$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 **E) 2**



Yukarıdaki ABCD dikdörtgenine göre,

$$\lim_{C \rightarrow E} \frac{A(ABC)}{A(ABCD)} = \frac{A(ABE)}{A(ABED)} = \frac{S}{S+S} = \frac{S}{2S} = \frac{1}{2}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ **D) $\frac{1}{2}$** E) 1

6. $\lim_{x \rightarrow 3} (ax - b) = 12$

$3a - b = 12$
 $3a - 12 = b$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{bx}{2x - a}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 **D) -6** E) -1

$$\frac{2b}{4-a} = \frac{2(3a-12)}{4-a} = \frac{2 \cdot 3(a-4)}{4-a} = -6$$

7. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-9}{2-x} = \frac{4-9}{0^+} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

$x < 2$
 $-x > -2$
 $2-x > 0$
 0^+

$h = 0,0000...1$
 $x = 2-h$
 $2-x = 2-(2-h)$
 $= h$
 0^+

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (2-x) = 0^+$

$2-x = 0$

8. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-1}{x^3+x^2} = \frac{-1-1}{-1+1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) ∞ E) $-\infty$

$x^3+x^2 = 0$
 $x^2(x+1) = 0$
 $0'' \quad -1$

$\frac{-1}{0^-} = +\infty$

9. $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{3}\right)^+} \frac{1-\sin x}{\cos 3x+1} = \frac{1-\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \pi + 1} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-1+1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) ∞ C) $-\infty$ D) 0 E) yoktur

$x = \frac{\pi}{3}^+$

$2x = \pi^+ \quad 2. \text{ Bölge}$

$-1 < \cos 2x < 0$

$0 < \cos x + 1 < 1$

10.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-x}{(x-2)^3} = \frac{3-2}{0^3} = \frac{1}{0^3} = \text{Yoktur}$$

limitinin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-\infty$ a eşittir. B) ∞ a eşittir. C) -1 dir.
D) 0 dir. E) yoktur.

11.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x^2 - 5x + 6} = \frac{3}{|9 - 15 + 6|} = \frac{3}{|0^+|} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

limitinin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-\infty$ a eşittir. B) ∞ a eşittir. C) -1 dir.
D) 0 dir. E) yoktur.

12. Her x gerçel sayısı için,

$$f(x) = \frac{2x+5}{ax^2-6x+8} \neq 0$$

fonksiyonunun limiti gerçel bir sayıya eşit olduğuna göre, a nın alacağı en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$\Delta < 0$$

$$36 - 4a \cdot 8 < 0$$

$$36 < 32a$$

$$9 < 8a$$

$$\downarrow$$

$$2$$

13. a ve b birer gerçek sayı ve $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} - b & ; x \leq 0 \\ g(x) & ; x > 0 \end{cases}$$

biçiminde bir tek fonksiyon tanımlanıyor.

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \rightarrow p(2) = 3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$f(-2) = 2^{-2+a} - 2^a = -1$$

$$2^{-2+a} (1 - 2^2) = -1 \rightarrow -2+a=0 \rightarrow a=2$$

$$f(-2) = -f(2) = -p(2) = -3$$

$$f(0) = 2^0 - b = 0 \Rightarrow b = 2^0$$

14. Baş katsayıları 1 olan f ve g parabolleri için

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 5$$

$$\frac{f(2)}{0} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x-2} = 3$$

$$\frac{p(2)}{0} = 3$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\frac{f(1)}{p(1)} = \frac{-1 \cdot 4}{-1 \cdot 2} = 2$$

$$\frac{f(x)}{x-2} = \frac{(x-2)(x+a)}{x-2} \rightarrow 2+a=5$$

$$\frac{p(x)}{x-2} = \frac{(x-2)(x+b)}{x-2} \rightarrow 2+b=3$$

$$f(x) = (x-2)(x+3)$$

$$p(x) = (x-2)(x+1)$$

Özel Tanımlı Fonksiyonların Limiti

Kritik noktalarda sağdan ve soldan limit değerlerine bakılır.

15.
$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x < 1 \\ 3 & ; x = 1 \\ 3x+1 & ; x > 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$f(1^-) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

$f(1^+) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$

$1 + 4 = 5$

16.
$$f(x) = \begin{cases} 4x+1 & ; x < 1 \\ 2x+1 & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 10-3x & ; x > 3 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ f \circ f)(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -19 B) -11 C) 1 D) 3 E) 5

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3^+$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} (10-3x) = 1^-$

$f(f(f(1^+))) = f(f(3^+)) = f(1^-) = 4 \cdot 1 + 1 = 5$

17.
$$f(x) = \begin{cases} 5x+3 & ; x < 4 \\ 1 & ; x = 4 \\ x^2+1 & ; x > 4 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(6-x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(3x+1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -2 C) 0 D) 1 E) 6

$f(4^-) = 5 \cdot 4 + 3 = 23$

$23 - 23 = 0$

$f(4^-) = 5 \cdot 4 + 3 = 23$

18. $f(x) = \begin{cases} x^3 - x & ; x < 2 \\ x^2 + 3x & ; x \geq 2 \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(3x-1) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(11-x^2)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 16 E) 20

$$f(2^+) = 2^2 + 3 \cdot 2 = 10$$

$$f(2^+) = 2^2 + 3 \cdot 2 = 10$$

$$11 - x^2 = 2$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$\frac{-3}{-1} + \frac{3}{1} = -$$

$$10 + 10 = 20$$

19. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \neq 3 \\ 2 & ; x = 3 \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) Yoktur

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 1) = 9 - 1 = 8$$

20. $f(x) = \begin{cases} \tan 2x + 1 & ; x < 0 \\ 5 & ; x = 0 \\ \cos 3x & ; x > 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Yoktur B) 0 C) 1 D) 4 E) 5

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\tan 2x + 1) = 0 + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \cos 3x = \cos 0 = 1$$

21.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & ; x < 1 \\ 3x - a & ; x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun her x gerçel sayısı için limiti olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - a)$$

$$1 + 1 + 1 = 3 - a$$

0

22.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x+2}{x^2-16} & ; x < 2 \\ \frac{3x-9}{x^2-1} & ; x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun kaç noktada limiti yoktur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = \pm 4$$

$$-4$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+2}{x^2-16} = \frac{10+2}{4-16} = \frac{12}{-12} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-9}{x^2-1} = \frac{6-9}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

23.

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\lfloor 3x-1 \rfloor + \lfloor 5-x \rfloor)$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Yoktur B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\lfloor 3x-1 \rfloor + \lfloor 5-x \rfloor)$$

$$\lfloor 8 \rfloor$$

$$\lfloor 2 \rfloor$$

$$+ \frac{2}{2} = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\lfloor 3x-1 \rfloor + \lfloor 5-x \rfloor)$$

$$\lfloor 8 \rfloor$$

$$\lfloor 2 \rfloor$$

$$+ \frac{2}{1} = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 9$$

24. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[3x + [2-x]] - 7}{3-x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[9-8]}{0^+} = \frac{[1]}{0^+} = \frac{0}{0^+} = 0$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) ∞ C) 0 D) -1 E) 1

$\lim_{x \rightarrow 3^-} [2-x] = [-1] = -1$

25. $\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\operatorname{sgn}(\tan x) - \operatorname{sgn}(\sin x)] = \operatorname{sgn}(\tan \pi^-) - \operatorname{sgn}(\sin \pi^-) = -1 - 1 = -2$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

26. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[3x-7] - [3-2x]}{\operatorname{sgn}(4-x^2)} = \frac{[-1] - [-1]}{-1} = \frac{-1 - (-1)}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$\operatorname{sgn}(0) = -1$

$\frac{-1}{-1} = 1$

27.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \lfloor x \rfloor}{\lfloor 2x \rfloor}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 ☒ E) Yoktur

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 \lfloor x \rfloor}{\lfloor 2x \rfloor} = \frac{2 \lfloor 2^+ \rfloor}{\lfloor 4^+ \rfloor} = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 \lfloor x \rfloor}{\lfloor 2x \rfloor} = \frac{2 \lfloor 2^- \rfloor}{\lfloor 4^- \rfloor} = \frac{2 \cdot 1}{3} = \frac{2}{3}$$

28.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\left\lfloor \ln \frac{1}{x} \right\rfloor - \operatorname{sgn}(\cos x)}{\lfloor -x \rfloor + \lfloor x \rfloor - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ ☒ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$$\pi = 3,14$$

$$e = 2,71$$

$$e < \pi < e^2$$

$$1 < \ln \pi < 2$$

$$-2 < -\ln \pi < -1$$

$$\lfloor \ln \pi^- \rfloor = \lfloor -\ln \pi \rfloor = -2$$

$$\frac{\lfloor \ln \frac{1}{\pi} \rfloor - \operatorname{sgn}(\cos \pi)}{\lfloor -\pi \rfloor + \lfloor \pi \rfloor - 1} = \frac{-2 - (-1)}{-4 + 3 - 1} = \frac{-2 + 1}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

29.

$$f(x) = \left\lfloor \frac{x-1}{2} \right\rfloor + \operatorname{sgn}(x+2) + |x-3|$$

fonksiyonunun $(-4, 4)$ aralığındaki kaç tam sayı değeri için limiti yoktur?

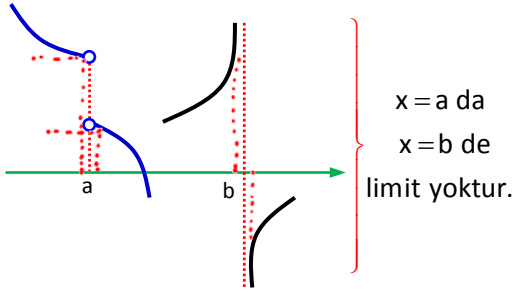
- A) 3 B) 4 ☒ C) 5 D) 6 E) 7

$$-3, -1, 1, 3$$

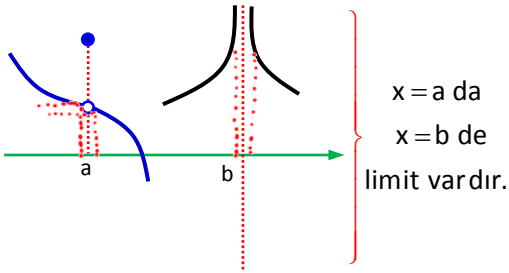
Grafiği Verilen Fonksiyonlarda Limit

1. Grafiğin koptuğu noktalarda limit yoktur.

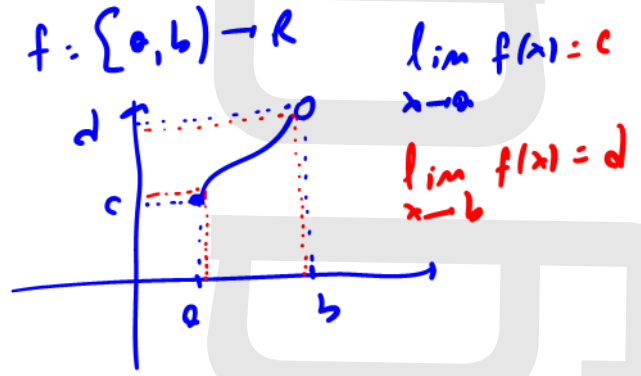
(Bu noktalarda sağdan ve soldan limit değerleri birbirine eşit değildir.)



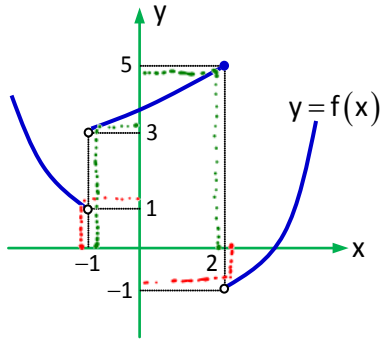
2. Grafiğin kopmadığı tüm noktalarda limit vardır.



3. Fonksiyon belirli bir aralıkta tanımlanmışsa bu aralığın uç noktalarında limit vardır.



30. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.



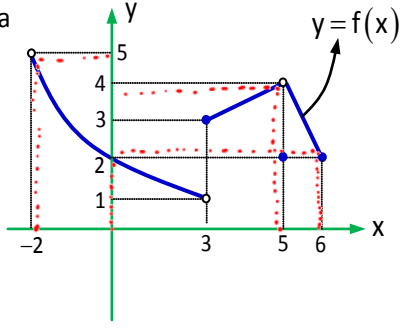
Buna göre,

$$\frac{\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)}{\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)} = \frac{1 - 5}{3 - (-1)} = \frac{-4}{4} = -1$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 0 E) -1

31. $(-2, 6]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.



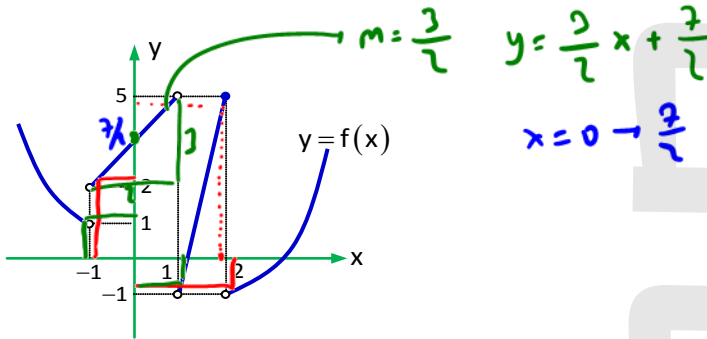
Buna göre,

- + I. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$
 + II. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6} f(x)$
 + III. $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 4$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

32. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.



Buna göre,

- + I. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$
 + II. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{7}{2}$
 + III. $f(x)$ in 3 noktada limiti yoktur.
 - IV. $\lim_{x \rightarrow -1} (f \circ f)(x)$ yoktur.

$$f(f(1^-)) = f(2^+) = -1$$

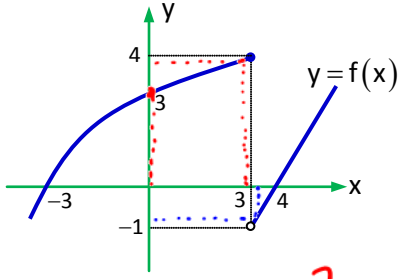
$$f(f(1^-)) = f(1^+) = -1$$

$$-1 = -1$$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

33. $y = f(x)$
fonksiyonunun
grafiki yanda
verilmiştir.



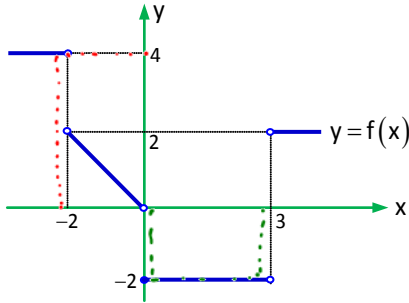
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x-1) - \lim_{x \rightarrow 1} (2x+1)}{\lim_{x \rightarrow 2} f(5-x)} = \frac{f(0) - f(2)}{f(2)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -7 B) $-\frac{1}{2}$ **C) 1** D) 2 E) 4

34. $y = f(x)$
fonksiyonunun
grafiki yanda
verilmiştir.



Buna göre,

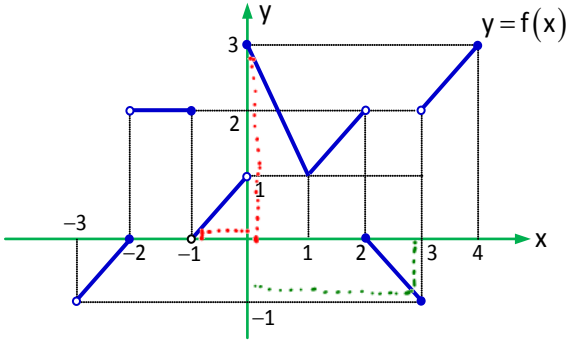
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(3x) + f(1-x)}{f(x^2-3)} = \frac{f(3) + f(0)}{f(-2)} = \frac{-2 + (-1)}{4} = \frac{-3}{4} = -1$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 **B) -1** C) 0 D) 1 E) 2

$$\begin{aligned} x^2-3 &= -2 \\ x^2-1 &= 0 \end{aligned} \quad \frac{-1}{-1} = 1$$

35.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verildiğine göre,

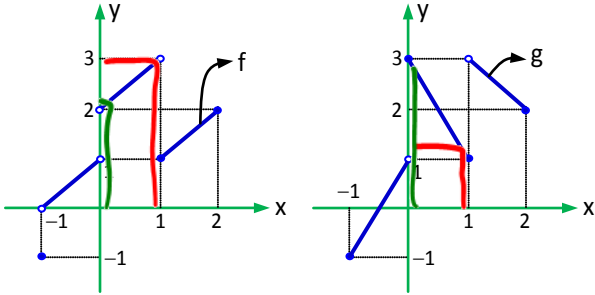
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (f \circ f \circ f)(x)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$f(f(f(3^-))) = f(f(\underbrace{f(3^-)}_{-1^+})) = f(\underbrace{f(-1^+)}_{0^+}) = f(0^+) = 3$$

36.



$y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri yukarıda verildiğine göre,

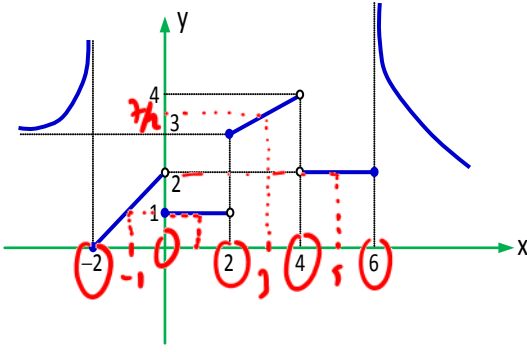
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(f+g)(x)}{(f-g)(x)}$$

$$= \frac{(f+g)(0^+)}{(f-g)(0^+)} = \frac{f(0^+) + g(0^+)}{f(0^+) - g(0^+)} = \frac{4}{-1} = -4$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

37.



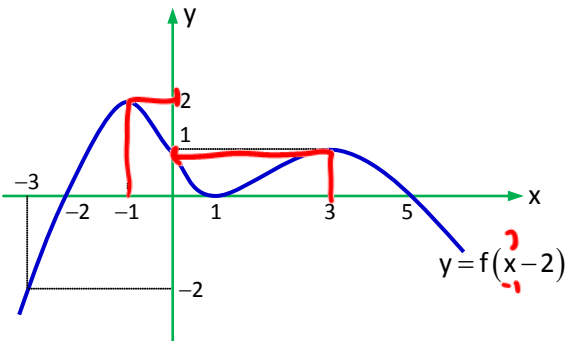
Yukarıda grafiği verilen fonksiyonun $(-3,7)$ aralığındaki tam sayı değerleri için var olan limit değerleri toplamı kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 **D) $\frac{15}{2}$** E) 8

$$-3, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$1 + 1 + \frac{3}{2} + 2 = \frac{15}{2}$$

38.



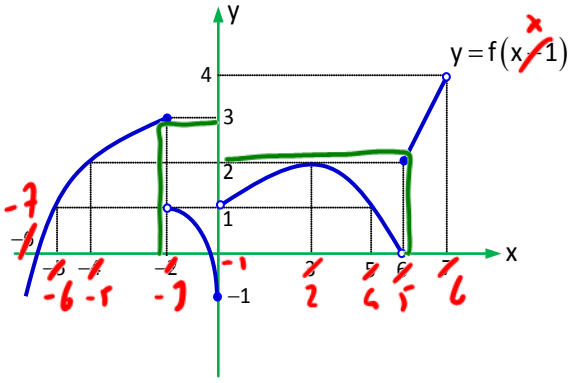
$y = f(x-2)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verildiğine göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x-6) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(-3) + f(1) = 2 + 1 = 3$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 **E) 3**

39.



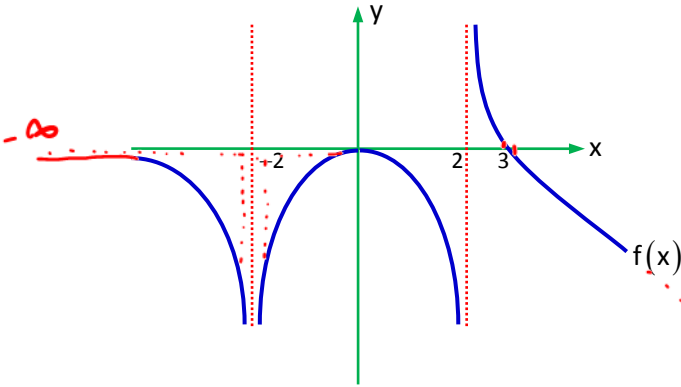
$y = f(x-1)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verildiğine göre,

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \underbrace{f(-3^-)}_2 + \underbrace{f(5^+)}_2 = 2 + 2 = 4$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 **E) 5**

40.



$y = f(x)$ in grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki limitlerden hangisinin sonucu yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ✓ B) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ ✓
C) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$ D) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ ✓
 E) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$ ✓

LİMİT 2

$\frac{0}{0}$ Belirsizliği

1. Sadeleştirme, eşlenikle genişletme, değişken değiştirme, trigonometrik özdeşlikleri kullanma, L'Hospital gibi yöntemlerle belirsizlik giderilir.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin ax}{\tan bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
3. Mutlak değer ya da tam değer içeren belirsizliklerde, önce ifade mutlak değerden ya da tam değerden kurtarılmalı daha sonra belirsizlik giderilmelidir.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{0}{1}}{\frac{0}{b}} = \frac{0}{0} = \frac{a}{b}$$

1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x+3} - 2} = \frac{2 - \sqrt{4}}{\sqrt{4} - 2} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 **B) -3** C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x+3} - 2} = \frac{2 - \sqrt{4}}{\sqrt{4} - 2} = \frac{2 - 2}{2 - 2} = \frac{0}{0} = -3$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - \left(3 - \frac{1}{x}\right)^2}{8 - \left(2 + \frac{1}{x}\right)^3} = \frac{9 - (3 - 0)^2}{8 - (2 + 0)^3} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 **B) $-\frac{1}{2}$** C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{9}{8}$

$$\frac{1}{x} = u$$

$$x \rightarrow \infty \text{ için } u \rightarrow 0$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{9 - (3 - u)^2}{8 - (2 + u)^3}$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{-2(3-u) \cdot (-1)}{-3(2+u)^2 \cdot 1} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot (-1)}{-3 \cdot 2^2} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + b}{x^2 - 5x + 4} = 2$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) 1 D) 7 E) 8

$$\frac{1-a+b}{1-5+4} = \frac{1-8+b}{0} = \frac{0}{0}$$

$$1-8+b=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-a}{2x-5} = \frac{2-a}{-3} = 2$$

$$2-a = -6$$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x + x}{\arctan 3x - x} = \frac{0+0}{0-0} = \frac{0}{0}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

1.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\arctan 3x} = \frac{3+1}{3-1} = 2$

2.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x + x}{\arctan 3x - x} = \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+x}{3x-x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{2x} = 2$$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^3 2x}{x^2 \cdot \tan 4x} = \frac{0}{0 \cdot 0} = \frac{0}{0}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{8}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\tan 2x)^2 \cdot \tan 2x}{x^2 \cdot \tan 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\tan 2x)^2}{x^2} \cdot \frac{\tan 2x}{\tan 4x}$$

$$\left(\frac{\tan 2x}{x} \right)^2 \cdot \frac{\tan 2x}{\tan 4x}$$

$$2^2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

2.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\tan 2x)^3}{x^2 \cdot \tan 4x} = \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^3}{x^2 \cdot 4x} = \frac{0}{0}$$

2

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin 2x)}{x \cdot \cos 3x} = \frac{\tan 0}{0 \cdot 1} = \frac{0}{0}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

1.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin 2x) \cdot \sin 2x}{\sin 2x \cdot x \cdot \cos 3x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin 2x)}{\sin 2x} \cdot \frac{\sin 2x}{x} \cdot \frac{1}{\cos 3x}$
 $\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} = 2$

2.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin 2x)}{x \cos 3x} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x \cos 3x} = \frac{0}{0}$
 $\frac{2}{1} = 2$

7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{\tan 4x}}{\sqrt{\sin x}} = \frac{\sin \sqrt{0}}{\sqrt{0}} = \frac{0}{0}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1.yol $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{\tan 4x} \cdot \sqrt{\tan 4x}}{\sqrt{\tan 4x} \cdot \sqrt{\sin x}}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{\tan 4x}}{\sqrt{\tan 4x}} \cdot \sqrt{\frac{\tan 4x}{\sin x}}$
 $\frac{1}{1} \cdot \sqrt{4} = 2$

2.yol $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{\tan 4x}}{\sqrt{\sin x}} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{x}} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{4x}{x}} = \sqrt{4} = 2$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2x \cos x}{\sin x} = \frac{0 - 0}{0} = \frac{0}{0}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

1.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\tan 2x}{x} - 2 \cos x}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{2 - 2}{1} = 0$

2.yol $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2x \cos x}{\sin x} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 2x \cos x}{x} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 2 \cos x) = 2 - 2 = 0$

9.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan^2 2(1-x^2)}{\cos(x^2-1)-1} = \frac{\tan^2 0}{\cos 0 - 1} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

$$\text{İyol} \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2u \cdot \sin^2 u}{\sin^2 u \cdot (\cos u - 1)}$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2u}{\sin^2 u} \cdot \frac{\sin^2 u}{\cos u - 1}$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2u}{\sin u} \right)^2 \cdot \frac{1 - \cos^2 u}{\cos u - 1} = 2^2 \cdot (-2) = -8$$

10.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 4x + 1| - 2}{|x - 2| - 1} = \frac{|9 - 12 + 1| - 2}{|3 - 2| - 1} = \frac{2 - 2}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 4x - 1 - 2}{x - 2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 4x - 3}{x - 3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x + 4}{1} = -6 + 4 = -2$$

11.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - \lfloor 2x + 1 \rfloor} = \frac{0}{4 - \underbrace{(5)}_4} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 2 E) 3



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{2x} = \frac{3 \cdot 4}{4} = 3$$

$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ ve $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = b$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} 0 & ; a < b \\ \text{(Baş katsayılar oranı)} & ; a = b \\ \infty & ; a > b \end{cases}$$

2. Derece Sıralaması:

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$x^x > x! > n^x > x^n > n \cdot x > n$$

3. Büyük dereceli terimin yanında küçük dereceli tüm terimler ihmal edilerek sonuç bulunabilir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2 + x + 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\text{1.yol} \quad \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{2.yol} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2})} = 3$$

$$\text{3.yol} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2 + x + 2} = 3$$

12.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 1)(2 - x)}{2x^2 - x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot (-x)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2x^2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

13.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 5)(-3x)}{3x^2 + x + 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin sonucu kaçtır?

A) -2 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 1 E) 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x(-3x)}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^2}{3x^2} = -2$$

14.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 5} - x - 4}{\sqrt{4x^2 + x - 1} - 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|2x| - x}{|2x|} = \frac{2x - x}{2x} = \frac{2x}{2x} = 1$$

15.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^3 + \sqrt{4x^2 + 1} - x + 1} + 2x} = \frac{\infty}{-\infty}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x| - 2x}{2x + 2x} = \frac{-2x - 2x}{4x} = \frac{-4x}{4x} = -1$$

16.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - x + 2}{x^2 + 2^{x+1} + 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{2^{x+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{2^x \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$x^x > x! > \text{Sayı}^x > x^{\text{Sayı}} > \text{Sayı} \cdot x$$

17.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^x + x! + x}{x^x - 2x! + x} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 **E) 2**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^x}{x^x} = 2$$

$$x^x > x! > \text{sayı}^x > x^{\text{sayı}} > \text{sayı} \cdot x$$

18.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{-x} + 4^{x+1} + 3^{x-1}}{2^{2x-1} + 3^{x+1} + 3 \cdot 6^{x-x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 8** B) 4 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{9}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{x+1}}{2^{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x \cdot 4}{2^{2x} \cdot \frac{1}{2}} = 8$$

19.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 2x}{x + \sin x + 1} = \frac{\text{sayı}}{\infty} = 0$$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 **C) 0** D) 1 E) ∞

20.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + |3x - 5| + 2}{|1 - x| + 1} = \frac{8}{8}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{2}{3}$ D) 1 **E) 2**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + (-3x + 5) + 2}{1 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 7}{1 - x} = 2$$

21.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x + 2 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} = \frac{0}{0}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 **B) -1** C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{6}{4}\right)^x}{\left(\frac{6}{4}\right)^x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} = \frac{1 + 0}{0 - 1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x + 2 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} = -1$$

22. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^3 + 2x^2 - 3x + 4}{(b-2)x^2 - 5x + 1} = 1$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 **D) 8** E) 15

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{(b-2)x^2} = 1$$

$$a \cdot b = 8$$

$$2 = b - 2$$

23. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax+3}{1-2x} + (b-2)x-3 \right) = 2$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) -20 B) -10 C) 0 D) 2 E) 12

$$\frac{a}{-2} + \cancel{0} - 3 = 2$$

$$\frac{a}{-2} = 5 \Rightarrow a = -10$$

$$0.b = -20$$

24.

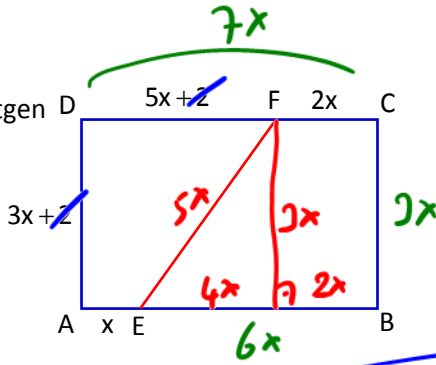
ABCD bir dikdörtgen

$$|AE| = x \text{ br}$$

$$|FC| = 2x \text{ br}$$

$$|AD| = 3x + 2 \text{ br}$$

$$|DF| = 5x + 2 \text{ br}$$



olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\text{Çevre(AEFD)}}{\text{Çevre(EBCF)}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{9}{11}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{9}{8}$ E) 1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5x + 5x + 2x}{6x + 2x + 2x + 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x}{14x} = \frac{7}{8}$$

25. $f(x) = x^2 - 5x + 2$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+2) \cdot f(2-x)}{f^2(2x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) \cdot f(-x)}{f^2(2x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \cdot (-x)^2}{16x^4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{16x^4} = \frac{1}{16}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) 2 E) 4

$$(f(2x))^2 = 16x^4$$

$$(2x)^2 = 4x^2$$

26.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2^2x + 3^2x + 4^2x + \dots + x^3}{1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + x^3} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$x(1 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2)$$

$$\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}}{\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^4}{6}}{\frac{x^4}{4}} = \frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{4}{3}$$

27. m bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{3m-11} + x^3 + 1}{x^{m+1} - x^2 + 1} = 0$$

olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} m+1 > 3 \quad & \text{ve} \quad m+1 > 3m-11 \\ m > 2 \quad & \text{ve} \quad 12 > 2m \\ & m < 6 \\ & 2 < m < 6 \\ & \downarrow \\ & 3, 4, 5 \end{aligned}$$

 $\infty - \infty$ Belirsizliği

1. $\frac{0}{0}$ ya da $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğine dönüştürülerek sonuca gidilebilir.

2. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{a} \cdot \left|x + \frac{b}{2a}\right|$
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{ax^3 + bx^2 + cx + d} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{a} \cdot \left(x + \frac{b}{3a}\right)$
 eşitlikleri kullanılabilir.

$$\sqrt{a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)} = \sqrt{a} \left|x + \frac{b}{2a}\right|$$

$$\sqrt[3]{a\left(x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a}\right)} = \sqrt[3]{a} \cdot \left(x + \frac{b}{3a}\right)$$

28.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 - 4x + 3} - 4x + 3) = \infty - \infty$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$\begin{aligned} \sqrt{16\left|x + \frac{-4}{32}\right|} - 4x + 3 &= 4\left(x - \frac{1}{8}\right) - 4x + 3 \\ &= 4x - \frac{1}{2} - 4x + 3 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

29. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 12x + 1} - \sqrt{9x^2 + 3}) = \infty - \infty$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$\sqrt{9 \left| x + \frac{12}{18} \right|} - \sqrt{9 \left| x + \frac{0}{18} \right|}$$

$$3 \left(x + \frac{2}{3} \right) - 3(x) = \cancel{3x} + 2 - \cancel{3x} = 2$$

30. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 5 + \sqrt{x^2 - 4x + 3}) = \infty - \infty$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 7 E) 9

$$x + 5 + \sqrt{x + \frac{-4}{2}}$$

$$x + 5 + 1(-x + 2) = \cancel{x} + 5 - \cancel{x} + 2 = 7$$

31. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1 - \sqrt{ax^2 + 6x + 5}) = \infty - \infty$

limitinin sonucu reel bir L sayısına eşit olduğuna göre, a.L çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) 2

$$2x + 1 - \sqrt{a \left| x + \frac{6}{2a} \right|} = \cancel{2x} + 1 - \sqrt{\frac{a}{4} x} - \frac{3}{\sqrt{a}}$$

$$\left(x + \frac{3}{a} \right)$$

$$a = 4 \text{ için } 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} = L$$

$$0.L = 4 \cdot \frac{-1}{2} = -2$$

32. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2-4x+3} \right) = \frac{1}{0} - \frac{2}{\underbrace{9-12+3}_0} = \infty - \infty$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 **D) $\frac{1}{2}$** E) 0

$(x-1)(x-3)$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1-2}{(x-1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x-1}}{(x-1)\cancel{(x-1)}} = \frac{1}{2}$

33. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x+3 - \sqrt[3]{8x^3-6x^2+5x-1} \right) = \infty - \infty$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{5}{2}$ **C) $\frac{7}{2}$** D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

$2x+3 - \sqrt[3]{8\left(x+\frac{-6}{24}\right)} = \cancel{2x+3} - \cancel{2x} + \frac{12}{24}$
 $= 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

1^o Belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ olmak üzere,

$\lim_{x \rightarrow a} [1 + f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x)}$

kuralı kullanılabilir.

$(1 \mp 0)^\infty$

34. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{\cos x}{x}} = \infty$ limitinin değeri kaçtır? $(1+0)^\infty$

- A) e^{-2} B) e^{-1} C) e^2 D) 1 **E) e**

$\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \cdot \frac{\cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{0}{0} = e$

35. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+1}\right)^{\frac{\infty}{x-1}}$ limitinin değeri kaçtır? $(1+0)^\infty$
- A) 0 B) e^2 C) 1 D) e E) $\frac{1}{e}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x+1} \cdot (x-1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{x+1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$= e^2$$

36. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-k}{2x+k}\right)^{\frac{x}{2}} = e^3$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2k}{2x+k}\right)^{\frac{x}{2}} = e^3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2k}{2x+k} \cdot \frac{x}{2} = \frac{0}{0}$$

$$= e^{-\frac{k}{2}} = e^3$$

$$-\frac{k}{2} = 3 \Rightarrow k = -6$$

0.∞ Belirsizliği

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ya da 1^∞ belirsizliğine dönüştürülerek sonuca gidilebilir.

37. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{10} \cdot e^{-3x} = \infty \cdot 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{e^{3x}} = \frac{\infty}{\infty} = 0$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

38.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} (\sin 4x \cdot \tan 2x) = 0 \cdot \infty$$

limitinin değeri kaçtır?

A) -4

B) -2

C) 1

D) 2

E) 4

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\cot 2x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{4 \cos 4x}{-2(1 + \cot^2 2x)} = \frac{4 \cos 3\pi}{-2(1 + \cot^2 \frac{3\pi}{2})} = \frac{-4}{-2} = 2$$

39.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{2}{x} \right) = \infty \cdot 0$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{2}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{x} = u$$

$$x \rightarrow \infty \text{ için } u \rightarrow 0$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin 2u}{u} = \frac{0}{0} = 2$$

40.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln \left(\frac{2x+3}{2x} \right) = \infty \cdot 0$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$

B) e

C) 1

D) $e\sqrt{e}$ E) $e^{\frac{3}{2}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{2x+3}{2x} \right)^x$$

$$\ln \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x} \right)^x$$

$$\ln \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x} \right)^x$$

$$\ln e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2x} \cdot x} = \ln e^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

SÜREKLİLİK

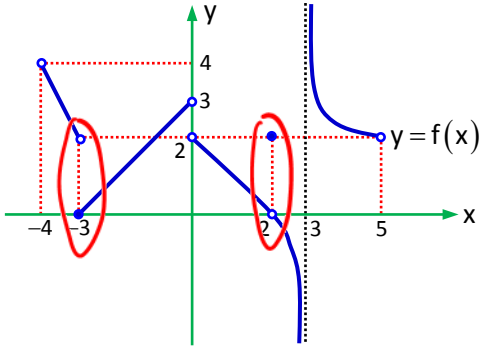
1. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$
ise f fonksiyonu $x = a$ da süreklidir.
2. Bir fonksiyonun sürekliliği ancak tanım kümesindeki noktalarda araştırılabilir.
(Tanım kümesinde olmayan (f yi tanımsız yapan) bir noktada süreklilik araştırılmaz.)
3. Özel tanımlı fonksiyonların kritik noktalarında süreklilik incelenmelidir.



$$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$$



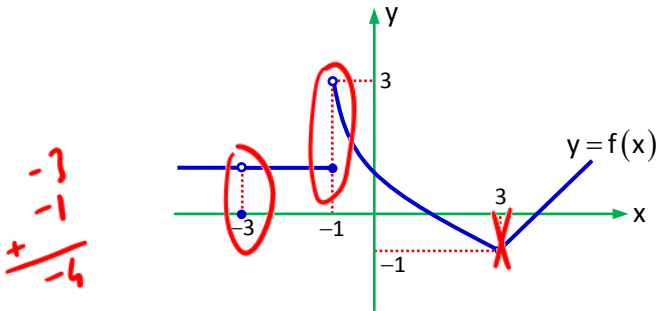
1. $f: (-4, 5) - \{0, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunu süreksiz yapan kaç tam sayı değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

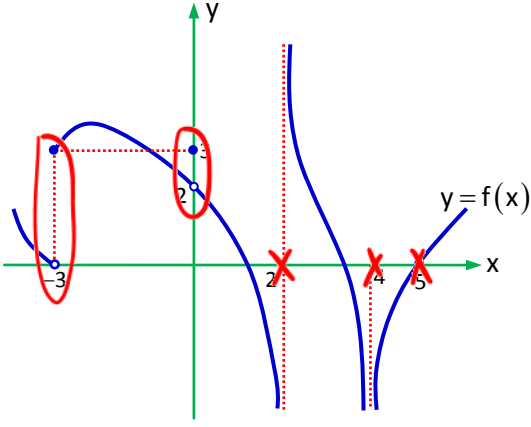
2. $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

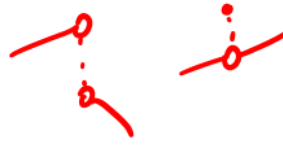
- A) 3 B) 1 C) -1 D) -2 E) -4

3. $f: \mathbb{R} - \{2, 4, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$

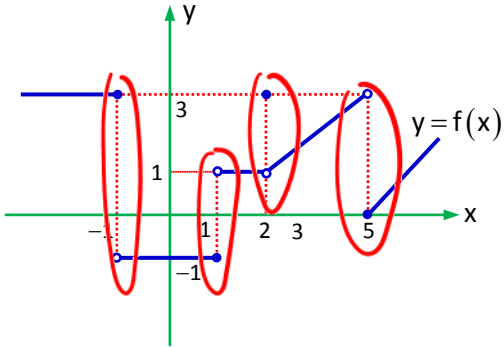


Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

- A) 1 **B) 2** C) 3 D) 4 E) 5



4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

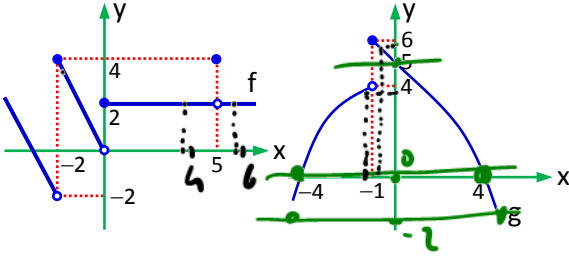


Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu nokta sayısı, limitsiz olduğu nokta sayısından kaç fazladır?

- A) 1** B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



5.



$\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri yukarıda verildiğine göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunu süreksiz yapan kaç x değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

f yi süreksiz yapan noktalar
 $-2, 0, 5$
 Bu noktalar da $f \circ g$ süreksizdir.

$f(g(x))$
 $-2 \rightarrow 2$ nokta
 $0 \rightarrow 2$ "
 $5 \rightarrow 1$ "

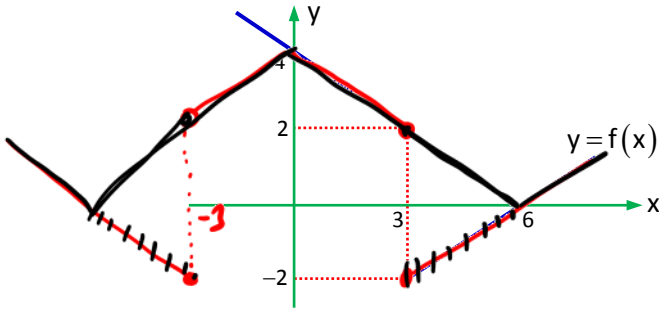
g yi süreksiz yapan nokta -1 dir.

$$f(g(-1^-)) = f(4^-) = 2$$

$$f(g(-1^+)) = f(6^-) = 2 \quad \text{f op, } x = -1 \text{ de, sürekli}$$

$$f(g(-1)) = f(6) = 2$$

6. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri gerçel sayılar kümesinde sürekli dir?

I. $|f(x)|$ +

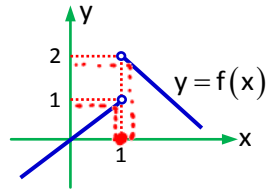
II. $f(|x|)$ -3 te, 3 te sürekli

III. $|f(|x|)|$ +

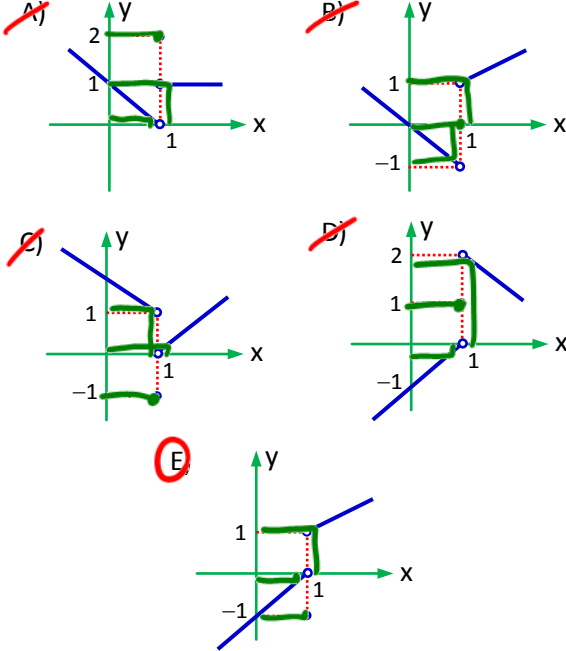
- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

7.

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.



$y = (f - g)(x)$ fonksiyonu $x = 1$ de sürekli olduğuna göre, $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$$(f - g)(1^-) = (f - g)(1^+) = (f - g)(1)$$

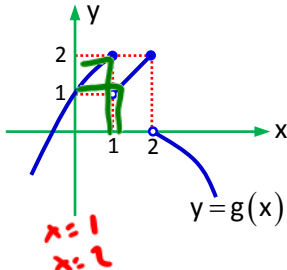
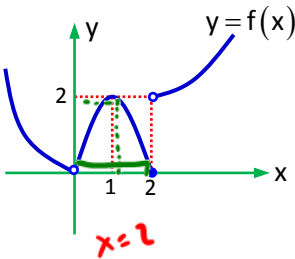
$$\underbrace{f(1^-)}_1 - \underbrace{g(1^-)}_2 = \underbrace{f(1^+)}_1 - \underbrace{g(1^+)}_0 = \underbrace{f(1)}_0 - \underbrace{g(1)}_{-2}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}$$

8.

$$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



$y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri yukarıda verildiğine göre,

- I. $f(x)$ in sürekli olduğu sadece bir nokta vardır.
- II. $(f + g)(x)$ fonksiyonu $x = 2$ de sürekli.
- III. $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu $x = 1$ de sürekli.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız III
- C) II ve III
- D) I ve II
- E) I, II ve III

$$(f + g)(2^-) = \underbrace{f(2^-)}_0 + \underbrace{g(2^-)}_2 = 2$$

$$(f + g)(2^+) = \underbrace{f(2^+)}_2 + \underbrace{g(2^+)}_0 = 2$$

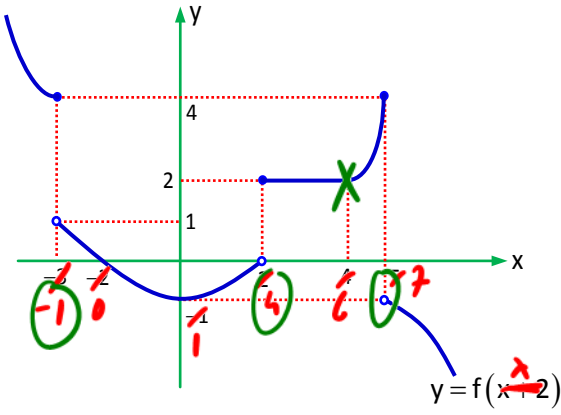
$$(f + g)(2) = \underbrace{f(2)}_0 + \underbrace{g(2)}_2 = 2$$

$$f(g(1^-)) = f(2^-) = 0$$

$$f(g(1^+)) = f(2^+) = 2$$

$$f(g(1)) =$$

9. $\mathbb{R} - \{x\} \rightarrow \mathbb{R}$



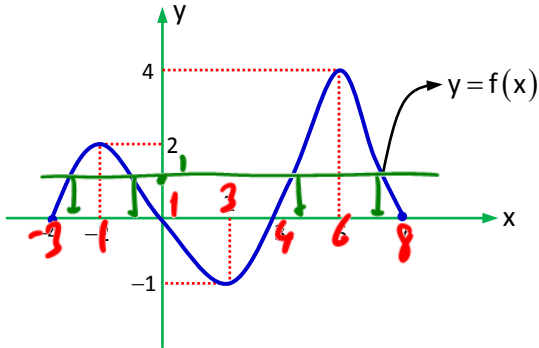
$y = f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunu süreksiz yapan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 4 **D) 10** E) 15

$$\begin{array}{r} -1 \\ 4 \\ + 7 \\ \hline 10 \end{array}$$

10.



$[-4, 7]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre,

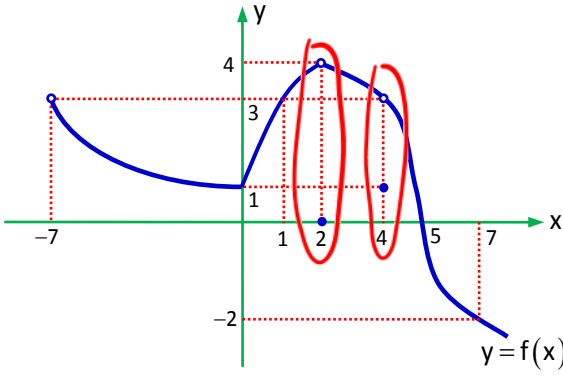
$$y = \frac{x+1}{f(x-1)-1} = 0$$

$$f(x-1) = 1$$

fonksiyonunu tanımsız yapan kaç x değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 **D) 4** E) 5

11.



f i sürekli yapan noktalar
2 ve 4
 $2+4=6$

$(-7, \infty)$ aralığında tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

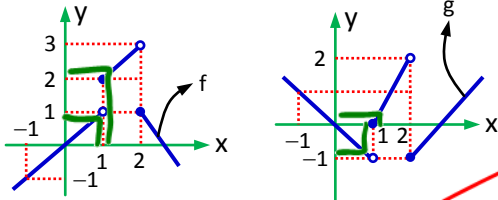
Buna göre,

$$y = \frac{4}{f(x)-3} = 0 \rightarrow f(x) = 3$$

fonksiyonunu sürekli yapan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

12.



$y=f(x)$ ve $y=g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri yukarıda verildiğine göre

I. $(f \circ g)(x)$

II. $(g \circ f)(x)$

III. $(f+g)(x)$

fonksiyonlarından hangileri $x=1$ noktasında sürekli?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

$$f(p(1^-)) = f(-1^+) = -1$$

$$f(p(1^+)) = f(0^+) = 0$$

$$f(p(1)) =$$

$$p(f(1^-)) = p(-1) = -1$$

$$p(f(1^+)) = p(0) = -1$$

$$p(f(1)) = p(1) = -1$$

$$f(1^+) + p(1^+) = 2$$

$$f(1^-) + p(1^-) = 0$$

$$f(1) + p(1) =$$

13.

$$f(x) = \frac{5x+1}{mx-4x+2} \neq 0$$

fonksiyonu gerçek sayılarda sürekli olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$m=4$ için $f(x) = \frac{5x+1}{x}$
 $f(1) = \frac{6}{1} = 6$

$$f(x) = \frac{5x+1}{x-4}$$

$$T.K = \mathbb{R} - \{4\}$$

Sürekli olduğu aralık $\mathbb{R} - \{4\}$

14.

$$f(x) = \frac{3x+7}{x^2+ax+5} \neq 0$$

fonksiyonu gerçek sayılarda sürekli olduğuna göre, a nın alacağı en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) 0 D) 4 E) 5

$$\Delta < 0$$

$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 < 0$$

$$a^2 < 20$$

1
0
-1
-2
-3
-4

15.

$$f(x) = \begin{cases} |x-3| & ; x < 3 \text{ ise} \\ 3x-a & ; x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu reel sayılarda sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 9 E) 10

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x-a) = 9-a$$

$$\frac{-x+3}{x-3}$$

1
-1

$$= 9-a$$

10

16. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-x-6} & ; x > 2 \\ \operatorname{sgn}(x^2-1) & ; 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x+2}{x^2-2} & ; x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$x^2-1=0 \\ x^2=1 \\ x=\pm 1 \\ x=1 \text{ de sürekli}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \operatorname{sgn}(x^2-1) = \operatorname{sgn}(4-1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^2-x-6} = \frac{3}{4-2-6} = \frac{3}{-4} > 1 \neq \frac{3}{4} \\ f, x=2 \text{ de sürekli}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+2}{x^2-2} = \frac{2}{-2} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x^2-1) = \operatorname{sgn}(-1) = -1 \\ f(0) = \operatorname{sgn}(0^2-1) = -1 \\ f, x=0 \text{ de sürekli}$$

17. $f(x) = \begin{cases} x^2-x+5 & ; x < 1 \text{ ise} \\ ax+b & ; 1 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ 4x+5 & ; x > 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu reel sayılarda sürekli olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -6 C) 3 D) 10 E) 15

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2-x+5) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+b) = a+b \\ 1-1+5 = a+b \\ 5 = a+b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax+b) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (4x+5) = 2a+b \\ 2a+b = 4 \cdot 2 + 5 = 13$$

$$\begin{aligned} 2a+b &= 13 \\ -a+b &= 5 \rightarrow 3a+b=8 \\ \hline a &= 8 \\ a \cdot b &= -24 \end{aligned}$$

18. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \lfloor 2x+1 \rfloor & ; x < 5 \\ \operatorname{sgn}(x-8) & ; 5 \leq x < 10 \\ 1 & ; x > 10 \end{cases}$$

fonksiyonu kaç pozitif tam sayı değeri için süreksizdir?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 11

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \lfloor 2x+1 \rfloor = \lfloor 11 \rfloor = 10 > 10 \neq -1 \\ \lim_{x \rightarrow 5^+} \operatorname{sgn}(x-8) = \operatorname{sgn}(-3) = -1 \\ x=5 \text{ te sürekli}$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} \operatorname{sgn}(x-8) = \operatorname{sgn} 2 = 1 / \lim_{x \rightarrow 10^+} 1 = 1 / f(10) = \operatorname{sgn}(10-8) = 1 \\ f, x=10 \text{ de sürekli}$$

8

19. m bir tam sayı olmak üzere, uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + 3 & ; x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{4}{\cos mx} & ; x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = \frac{\pi}{2}$ noktasında sürekli olduğuna göre,

- I. m çift sayıdır.
- II. m tek sayıdır.
- + III. m , 4 ile tam bölünür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve III
☒ D) Yalnız III E) I, II ve III

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} (\sin x + 3) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{4}{\cos mx} = \frac{4}{\cos \frac{m\pi}{2}}$$

$$1 + 3 = \frac{4}{\cos \frac{m\pi}{2}}$$

$$\cos \frac{m\pi}{2} = 1$$

$$\frac{m\pi}{2} = 2\pi k$$

$$m = 4k$$

20. $f: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{x + 3} & ; x < 3 \\ \sqrt{x - 2} & ; x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu için,

- + I. Tanımlı olduğu aralıkta sürekli dir.
- II. $x = -3$ de süreksizdir.
- + III. $x = 3$ te süreklidir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I ☒ B) I ve III C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

$$x = 3 \text{ te}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3}{x + 3} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x - 2} = \sqrt{1} = 1$$

$$f(3) = \sqrt{1} = 1$$

sürekl i

21. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 2 & ; x > 2 \\ |x - 2| & ; x = 2 \\ \text{sgn}(x+a) & ; x = 2 \\ \sqrt{\lfloor x \rfloor + \lfloor x+b \rfloor} & ; x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=2$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a+b$ için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-3 \leq a+b < 0$ B) $a+b > -3$ C) $-4 < a+b < -1$
☒ D) $a+b > -4$ E) $a+b \geq 1$

$$\begin{aligned} -2 < b < -1 \\ + \quad -2 < a < \infty \\ \hline -4 < a+b < \infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{\lfloor x \rfloor + \lfloor x+b \rfloor} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x|-2}{|x-2|} = \text{sgn}(2+a)$$

$$\sqrt{\underbrace{\lfloor 2 \rfloor}_1 + \underbrace{\lfloor 2+b \rfloor}_0} = \frac{x-2}{x-2} = \text{sgn}(2+a)$$

$\lfloor 2+b \rfloor = 0$
 $0 \leq 2+b < 1$
 $-2 \leq b < -1$

$2+a > 0$
 $a > -2$

22.

$$f(x) = \begin{cases} ax+3 & ; x \leq 4 \\ \frac{|x-4|}{x-4} - 6 & ; x > 4 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=4$ noktasında sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- ☒ A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (ax+3) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x-4|}{x-4} - 6 = 4a+3$$

$$4a+3 = \frac{x-4}{x-4} - 6$$

$$4a+3 = -5$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

23.

$$f(x) = \begin{cases} 5x+a & ; x < 1 \\ b+3 & ; x = 1 \\ x^2 - bx + 8 & ; x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=1$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a+b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) 2 ☒ C) 4 D) 5 E) 7

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (5x+a) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - bx + 8) = b+3$$

$$5+a = 1 - b + 8 = b+3$$

$$5+a = 6$$

$$6 = 2b$$

$$b = 3$$

24. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x-2}{x^2-25} & ; x < 4 \\ \frac{x+2}{1-x} & ; x \geq 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 25 \neq 0$$

$$x \neq 25$$

$$x \neq -5$$

$$T.k = \mathbb{R} - \{-5\}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık nedir?

A) $\mathbb{R} - \{5\}$ B) $\mathbb{R} - \{-5, 4\}$ C) $\mathbb{R} - \{-5\}$

D) $\mathbb{R} - \{-5, 1, 4\}$ E) $\mathbb{R} - \{-5, 1, 5\}$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{5x-2}{x^2-25} = \frac{20-2}{16-25} = \frac{18}{-9} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x+2}{1-x} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$f(4) = \frac{6}{-3} = -2 \quad f, x=4 \text{ te sürekli dir.}$$

$$1-x \neq 0 \\ x \neq 1$$

25. $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{5+|x-3|} & ; x < 2 \\ \frac{1}{x^2-9} & ; x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunu süreksiz yapan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$x \neq 3 \\ \text{tanımlı} \\ \text{sürekli}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{5+|x-3|} = \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x^2-9} = \frac{1}{4-9} = -\frac{1}{5}$$

$$f, x=2 \text{ sürekli}$$

26.

$$f(x) = \begin{cases} 7x-1 & ; x < a \\ 3x+7 & ; x \geq a \end{cases}$$

fonksiyonu gerçak sayılarda sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

$$\lim_{x \rightarrow a^-} (7x-1) = \lim_{x \rightarrow a^+} (3x+7) = 7a-1$$

$$7a-1 = 3a+7$$

$$4a = 8$$

$$a = 2$$

27.

$$f(x) = \begin{cases} 3 & ; x=1 \\ \frac{3x+a}{ax-5} & ; x \neq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=1$ noktasında sürekli olduğuna göre, tanım kümesi nedir?

A) $\mathbb{R} - \{1\}$

B) $\mathbb{R} - \left\{\frac{5}{3}\right\}$

C) $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{5}\right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{5}{9}\right\}$

E) $\mathbb{R} - \left\{\frac{9}{5}\right\}$

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x=1 \\ \frac{3x+9}{9x-5} & x \neq 1 \end{cases}$$

$$x=1$$

$$x \neq 1$$

$$9x-5 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{5}{9}$$

$$T.k. = \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{9}\right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+a}{ax-5} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+a}{ax-5} = 3$$

$$\frac{3+a}{a-5} = 3$$

$$3+a = 3a-15$$

$$18 = 2a \Rightarrow a = 9$$

28.

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{x}{2} + a & ; x < \pi \\ -1 & ; x = \pi \\ \cos \frac{ax}{3} - b & ; x > \pi \end{cases}$$

fonksiyonu gerçekte sayılarda sürekli olduğuna göre, b kaçtır?

A) -2

B) $-\frac{1}{2}$

C) 1

D) 0

E) $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} (\sin \frac{x}{2} + a) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \cos \frac{ax}{3} - b = -1$$

$$\sin \frac{\pi}{2} + a = \cos \frac{a\pi}{3} - b = -1$$

$$1+a = -1$$

$$a = -2$$

$$\cos \frac{-2\pi}{3} - b = -1$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} - b = -1$$

$$b = \frac{1}{2}$$

29.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & ; x < 1 \text{ ise} \\ ax + b & ; 1 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ 4 - x & ; x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu gerçekte sayılarda sürekli ise a, b çarpımı kaçtır?

A) -12

B) -15

C) 0

D) 6

E) 20

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax+b) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (4-x) = 2a+b$$

$$2a+b = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 3x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+b) = a+b$$

$$1-3+1 = a+b$$

$$a+b = -1$$

$$2a+b = 2$$

$$-a = -3 \Rightarrow a = 3$$

$$a \cdot b = -12$$

30.

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 5x + m} \quad \Delta < 0 \longrightarrow \Delta < 0$$

fonksiyonu gerçel sayılarda sürekli olduğuna göre, m nin alacağı en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 8

$$25 - 4 \cdot 2 \cdot m < 0$$

$$25 < 8m$$

4

31.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2 & ; x \neq 1 \text{ ise} \\ a & ; x = 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılarda sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - x + 2) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - x + 2) = 0$$

$$x - x + 2 = 2$$

32.

$$f(x) = \frac{3x+7}{2x-ax+5} \neq 0$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için sürekli olduğuna göre, f(1) kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) $\frac{1}{2}$

$$a=2 \text{ için } f(x) = \frac{3x+7}{5}$$

$$f(1) = \frac{10}{5} = 2$$

$$f(x) = \frac{3x+7}{x-5}$$

$$T.k = R - \{5\}$$

$$\text{süreklilik aralığı: } R - \{5\}$$

33.

$$f(x) = \frac{3x + \cos x - 7}{x^2 - ax + x + 2} \neq 0 \longrightarrow \Delta < 0$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için sürekli olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$x^2 + (1-a)x + 2$$

$$(1-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 < 0$$

$$(a-1)^2 < 8$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{array}$$

34. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \frac{\ln(5-x)}{x - \sqrt{x+2}}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu kaç tam sayı değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\begin{array}{l} 5-x > 0 \\ x < 5 \end{array}$$

$$T.K = [-2, 5) - \{2\}$$

$$-2, -1, 0, 1, 3, 4$$

$$\begin{array}{l} x+2 \geq 0 \\ x \geq -2 \end{array}$$

$$x - \sqrt{x+2} \neq 0$$

$$x \neq \sqrt{x+2}$$

$$x^2 \neq x+2$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq 2$$

$$-1 - \sqrt{1} \neq 0$$

$$2 - \sqrt{4} = 0$$

35. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{|x+1|} - 2}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

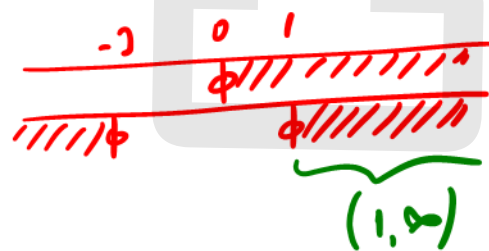
- A) $[0, \infty)$ B) $(1, \infty)$ C) $(0, 1)$
D) $(1, 2]$ E) $(0, 2]$

$$x > 0$$

$$|x+1| - 2 > 0 \Rightarrow |x+1| > 2$$

$$x+1 > 2 \quad \text{veya} \quad x+1 < -2$$

$$x > 1 \quad \text{veya} \quad x < -3$$



36. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$1 - x^2 > 0$$

$$\frac{-1}{-1} \leq x \leq \frac{1}{1}$$
$$T.k = (-1, 1)$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir??

- A) $(-1, 0)$ B) $(1, 2)$ C) $(-1, 1)$
D) $(0, 1)$ E) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

37. f ve g, $x = a$ noktasında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

+ I. $y = (f \cdot g)(x)$

- II. $y = \left(\frac{f}{g}\right)(x) \rightarrow p(a) = 0$

- III. $y = (f \circ g)(x) \rightarrow f(p(a)) = f(b) = ?$

fonksiyonlarından hangileri $x = a$ noktasında sürekli?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

38. Bir f fonksiyonunun en geniş tanım aralığı A, sürekli olduğu en geniş aralık ise B dir.

Buna göre,

+ I. $A = B$ dir.

- II. $A \subset B$ dir.

+ III. $A \supset B$ dir.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

39.

$$f(x) = \begin{cases} x \left(\sin \frac{1}{x} \right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

fonksiyonu için

- + I. Gerçek sayılarda tanımlıdır.
- + II. Gerçek sayılarda süreklidir.
- III. $x = 0$ noktasında süreksizdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) Yalnız III E) I ve III

$f, x=0$ da sürekli

$f(0) = 0 //$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x \sin \left(\frac{1}{x} \right) = 0.00$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\frac{1}{x} = u$$

$$x \rightarrow 0^-, u \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} \frac{\sin u}{u} = 0 //$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sin \frac{1}{x} = 0.00$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{x} = u$$

$$x \rightarrow 0^+, u \rightarrow \infty$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\sin u}{u} = 0 //$$

40. $f, [a, b]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere, $\forall n \in [a, b]$ için

- + I. $f(a) = f(b)$ ise $f(x)$ i maximum yapan en az bir tane n değeri vardır.
- + II. $f(a) < f(b)$ ise $f(a) < f(n) < f(b)$ olacak biçimde en az bir tane n değeri vardır.
- + III. $f(a) \cdot f(b) < 0$ ise $f(n) = 0$ olacak biçimde en az bir tane n değeri vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) II ve III B) I ve II C) I ve III
D) Yalnız II E) I, II ve III

