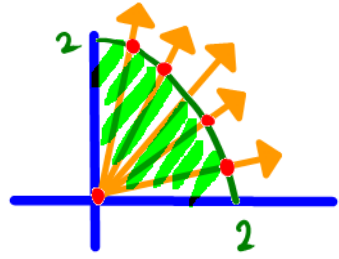


analiz/ktt5

1. $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$



$$\begin{aligned} \sqrt{4-y^2} &= x \\ 4-y^2 &= x^2 \\ 4 &= x^2 + y^2 \\ x &= r \cdot \cos \theta \\ y &= r \cdot \sin \theta \\ x^2 + y^2 &= r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \\ x^2 + y^2 &= r^2 \end{aligned}$$

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 r^2 \cdot r dr d\theta = 2\pi$$

2. $f(x, y)$ $\mathbb{R}^2$ de sürekli bir fonksiyondur.

$$\int_0^{1+x} \int_x^{1+y} f(x, y) dy dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine denktir?

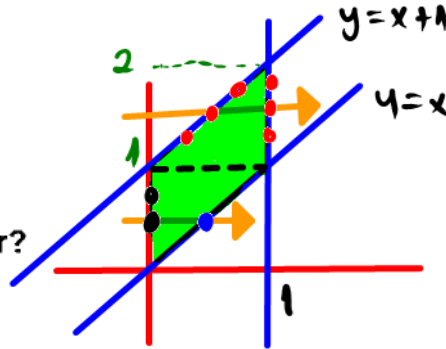
A) $\int_0^1 \int_y^{1+y} f(x, y) dx dy$

B) $\int_0^2 \int_y^{2-y} f(x, y) dx dy$

C) $\int_0^1 \int_1^{1+y} f(x, y) dx dy + \int_{1-y}^2 \int_{1-y}^2 f(x, y) dx dy$

D) $\int_0^{1-y} \int_y^{1+y} f(x, y) dx dy$

E) $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy + \int_{1-y}^2 \int_{1-y}^1 f(x, y) dx dy$



$$\int_0^1 \int_y^{1+y} f(x, y) dx dy + \int_{1-y}^2 \int_{1-y}^2 f(x, y) dx dy$$

3. a pozitif reel sayı olmak üzere,

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^a} dx = \frac{x^{-a+1}}{-a+1} \Big|_2^{\infty} \quad (a \neq 1)$$

integrali yakınsak olduğuna göre, a için aşağıdaki-lerden hangisi doğrudur?

- A) $0 < a < 1$ B) $a > 1$ C) $a = 1$ D) $a < 0$ E) $-1 < a < 0$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_2^b \frac{dx}{x^a} \rightarrow \text{sonucunun sınırlı olması için}$$

$$a-1 > 0 \text{ olsun. } \boxed{a > 1}$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_2^b \frac{dx}{x^a} = \frac{x^{-a+1}}{-a+1} \Big|_2^{\infty} = \frac{-1}{(-a+1) \cdot 2^{a-1}} \text{ yakınsak}$$

$$a=3, \quad x^{-3+1} = \frac{1}{x^2} \quad x \rightarrow \infty \quad \frac{1}{x^2} \rightarrow 0$$

$$a=1 \quad \int_2^{\infty} \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_2^{\infty} = \ln \infty - \ln 2 = \infty \text{ ıraklık}$$

4. $z = 4 + x^2 - y^2$ hiperbolik paraboloidinin altında ve $R = [-1, 1] \times [0, 2]$ karesinin üstünde kalan cismin hacmi kaç birim küptür?

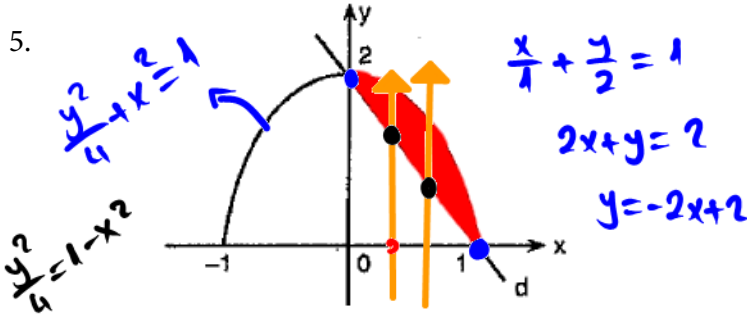
A) 6 B) 8 C) 10 **4** D) 12 E) 14

$$R = [-1, 1] \times [0, 2]$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $-1 < x < 1$ $\wedge$ $0 < y < 2$

$$V = \int_0^2 \int_{-1}^1 \int_0^{4+x^2-y^2} 1 \cdot dz \, dy \, dx = \int_{-1}^1 \int_0^2 (4+x^2-y^2) \, dy \, dx = 12$$

5.



Yukarıdaki şekilde asal eksenli y-ekseni olan bir merkezli elips ile bir d doğrusu verilmiştir.

$$\int_0^1 \int_{2-2x}^{2\sqrt{1-x^2}} 1 \cdot dy \, dx$$

d doğrusu (1, 0) ve (0, 2) noktalarından geçtiğine göre, boyalı bölgenin alanı aşağıdaki çift katlı integrallerden hangisi ile hesaplanabilir?

A) $\int_0^1 \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} dy \, dx$

B) $\int_0^1 \int_{2-x}^{\sqrt{4-x^2}} dy \, dx$

4 C) $\int_0^1 \int_{2-2x}^{2\sqrt{1-x^2}} 1 \cdot dy \, dx$

D) $\int_0^2 \int_{2-y}^{\sqrt{4-y^2}} dx \, dy$

E) $\int_0^2 \int_{\frac{2-y}{2}}^{2\sqrt{4-y^2}} dx \, dy$

6. $\int_0^1 \int_0^{y^2} y e^x \, dx \, dy = \int_0^1 y \cdot e^{y^2} \, dy = \int_0^1 y \cdot (e^{y^2} - 1) \, dy = \int_0^1 e^{y^2} \cdot y \cdot dy - \int_0^1 y \, dy$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2e B) $\frac{e}{2}$ C) e-2 **4** D) $\frac{e-2}{2}$ E) 2e-4

$$= \frac{e-2}{2}$$

7. $y = \frac{x^2}{27}$

$y = x$

$y = 3$

denklemlerinin oluşturduğu bölgenin alanını veren iki katlı integral aşağıdakilerden hangisidir?

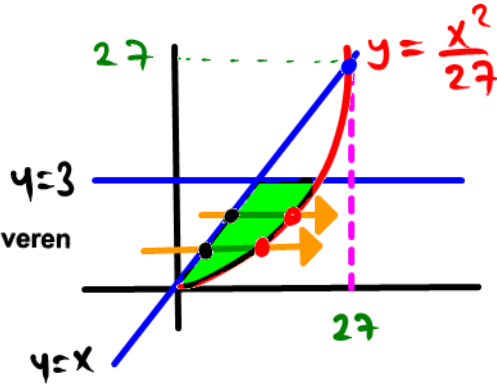
A) $\int_0^3 \int_{3\sqrt{3y}}^0 dx dy$

B) $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{y}} dx dy$

C) $\int_0^3 \int_0^{3\sqrt{3y}} dx dy$

D) $\int_0^3 \int_{3\sqrt{3y}}^y dx dy$

$\int_0^3 \int_y^{3\sqrt{3y}} dx dy$



$\frac{x^2}{27} = x$

$x = 27, 0$

$y = \frac{x^2}{27} \Rightarrow x^2 = 27y$
 $x = 3\sqrt{3y}$

$\int_0^3 \int_y^{3\sqrt{3y}} 1 \cdot dx dy = \text{tarah alan}$

8. $a \neq 0$ olmak üzere

$\int_0^a \int_1^{x+1} \int_x^{x+2y} dz dy dx = 0$

eşitliğini sağlayan a reel sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6

B) 2

C) $-\frac{1}{2}$

D) -2

$\frac{1}{3}$

$\int_0^a \int_1^{x+1} \int_x^{x+2y} (x+2y-x) dy dx$

$\int_0^a \int_1^{x+1} y^2 dx = \int_0^a (x^2 + 2x + 1 - 1) dx$

$= \frac{x^3}{3} + x^2 \Big|_0^a$

$= \frac{a^3}{3} + a^2 = 0$

$a^3 + 3a^2 = a^2(a+3) = 0$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $0 \quad -3$

9. $x^2 + y^2 = 16$ ve $x^2 + z^2 = 16$ silindirlerinin arasında kalan bölgenin hacmi kaç birim küptür?

A) $\frac{16}{3}$

B) $\frac{64}{9}$

C) 16

D) $\frac{128}{9}$

$\frac{1024}{3}$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $x^2 + z^2 = a^2$
 $y^2 + z^2 = a^2$

$V = \frac{16a^3}{3} \Rightarrow a = 4$

$V = \frac{16}{3} \cdot 4^3 = \frac{1024}{3}$

10. $f(x, y)$ sürekli olmak üzere,

$$\int_0^1 \left(\int_{2x}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy \right) dx$$

integraline denk olan integral aşağıdakilerden hangisidir?

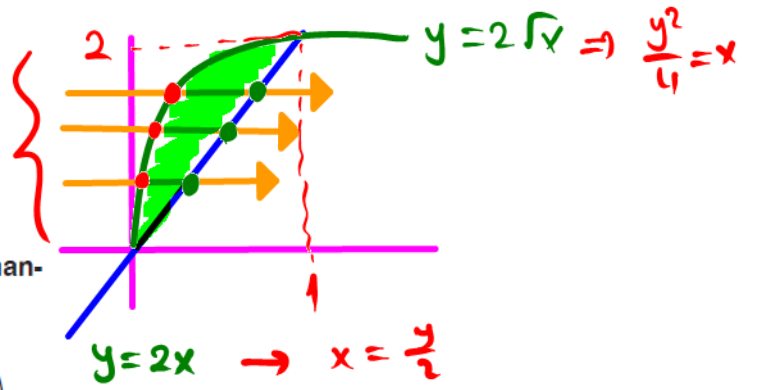
A) $\int_0^1 \left(\int_0^y f(x, y) dx \right) dy$

B) $\int_0^1 \left(\int_y^{2y} f(x, y) dx \right) dy$

C) $\int_{2x}^{2\sqrt{x}} \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy$

4 D) $\int_0^2 \left(\int_{\frac{y^2}{4}}^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx \right) dy$

E) $\int_0^1 \left(\int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y^2}{4}} f(x, y) dx \right) dy$



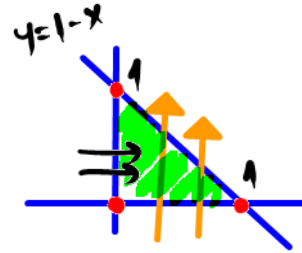
$$\int_0^1 \int_{2x}^{2\sqrt{x}} f dy dx = \int_0^2 \int_{\frac{y^2}{4}}^{\frac{y}{2}} f dx dy$$

11. D, köşeleri $O(0, 0)$, $K(0, 1)$ ve $M(1, 0)$ olan üçgen bölgesi olduğuna göre,

$$\iint_D xy dx dy$$

işleminin sonucu kaçtır?

- 4** A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$



$$\int_0^1 \int_0^{1-x} x \cdot y dy dx = \int_0^1 \int_0^{1-y} x \cdot y dx dy = \frac{1}{24}$$

12. $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$

bölgesi üzerinde $f(x, y) = 1 - 3x^2y$ fonksiyonu için

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_0^1 \int_{-1}^1 (1 - 3x^2y) dy dx = \int_0^1 \int_0^1 (1 - 3x^2y) dx dy = 2$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 **4** B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

13. $f: x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$
 $g: 2x^2 - 3y^2 + 3z^2 = 2$

denklemleri ile verilmiş iki yüzeyin arakesit eğrisi olarak tanımlanmış bir uzay eğrisine $(1, -1, 1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{15} = \frac{z}{2}$
 B) $\frac{1-x}{5} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{15}$
 C) $\frac{1-x}{7} = \frac{y-1}{5} = \frac{z}{3}$
 4) $\frac{1-x}{15} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{7}$
 E) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{15} = \frac{z-1}{7}$

$$\left. \begin{aligned} f_x(1, -1, 1) &= 2x = 2 \\ f_y(1, -1, 1) &= 4y = -4 \\ f_z(1, -1, 1) &= 6z = 6 \end{aligned} \right\} \vec{\nabla} f = (2, -4, 6) = N_1$$

$$\left. \begin{aligned} g_x(1, -1, 1) &= 4x = 4 \\ g_y(1, -1, 1) &= -6y = 6 \\ g_z(1, -1, 1) &= 6z = 6 \end{aligned} \right\} \vec{\nabla} g = (4, 6, 6) = N_2$$

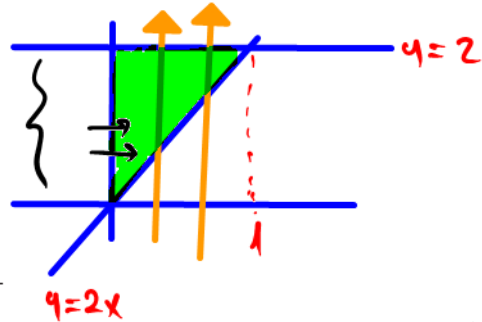
$$d = N_1 \times N_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & 6 \\ 4 & 6 & 6 \end{vmatrix} = -60i + 12j + 28k = (-15, 3, 7)$$

$$\frac{x-1}{-15} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{7}$$

14. $\int_0^1 \left(\int_{2x}^{2x} e^{y^2} dy \right) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $e^4 - 1$ B) e^4 C) $\frac{1 - e^4}{2}$
 4) $\frac{1 - e^4}{4}$ E) $\frac{3e^4}{4}$



$$y^2 = u \Rightarrow y dy = \frac{du}{2}$$

$$-\int_0^1 \int_{2x}^2 e^{y^2} dy dx = -\int_0^2 \int_0^{\frac{y}{2}} e^{y^2} dx dy = -\int_0^2 e^{y^2} \cdot \frac{y}{2} dy = \frac{1 - e^4}{4}$$

15. $x^2 + y^2 = a^2$ ve $x^2 + z^2 = a^2$

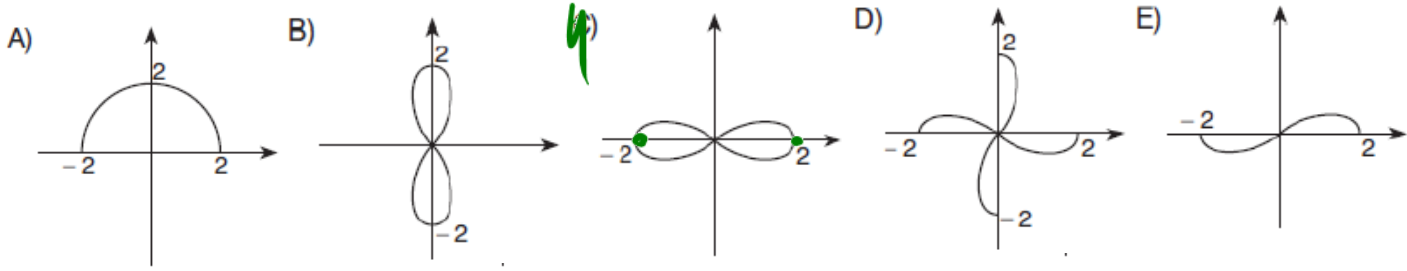
silindirleri arasında kalan bölgenin hacmi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4a^2$ B) $8a^3$ 4) $\frac{16a^3}{3}$ D) $\frac{32a^3}{3}$ E) $\frac{64a^3}{9}$

$$V = \frac{16}{3} \cdot a^3$$

16. $r^2 = 4\cos^2\varphi \rightarrow$ lemniskat eğrisi $r^2 = 2a^2 \cdot \cos^2\varphi \rightarrow \rho = \frac{\pi}{4} = \pi$

eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



φ	0	$\frac{\pi}{2}$	π
r^2	4	0	4
r	2	0	2

17. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ fonksiyonu ve $\mathbb{R}^2$ uzayına ait bir D bölgesi için;

~~I.~~ D üzerinde $f(x, y) \geq 0$ ise $\int \int_D f(x, y) dA \leq 1$ dir. $\rightarrow f(x, y) \geq 0 \Rightarrow \int \int_D f(x, y) dy dx \geq 0$

II. D üzerinde $f(x, y) = 1$ ise $\int \int_D f(x, y) dA = \text{Alan}(D) \rightarrow f(x, y) = 1 \Rightarrow \int \int_D 1 \cdot dy dx = \text{Alan } D$

~~III.~~ D üzerinde her $f(x, y)$ için $\int \int_D f(x, y) dA \neq 0 \rightarrow \forall f(x, y) \text{ için } \Rightarrow \int \int_D f(x, y) dy dx = 0$ olabilir

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

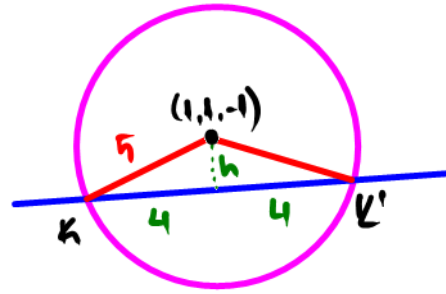
18. Analitik uzayda $3x + 4y - 12z + 20 = 0$ düzlemi ile

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 25$$

$M(1,1,-1)$ ve $r=5$

küresinin arakesiti üzerinde, birbirine en uzak iki nokta arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 16



$$|KK'| = ?$$

$$h = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 12 \cdot (-1) + 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}} = \frac{3+4+12+20}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{39}{13} = 3 \Rightarrow |KK'| = 2 \cdot 4 = 8$$

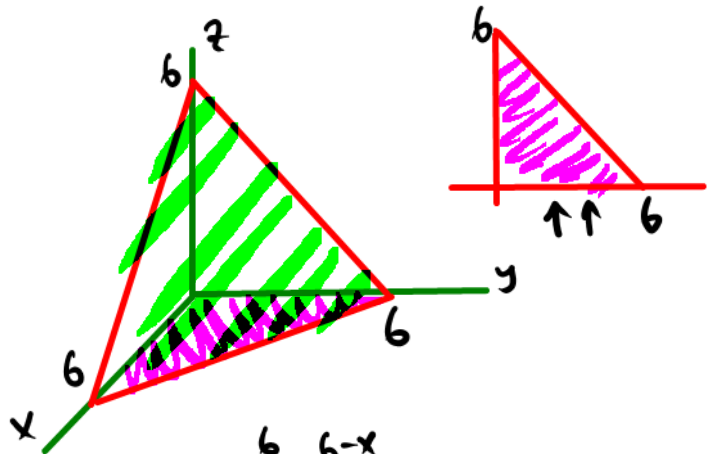
$$19. \int_0^1 \left(\int_0^{1-x} 2x^2 y dy \right) dx = \int_0^1 x^2 y^2 \Big|_0^{1-x} dx = \int_0^1 x^2 (1-x)^2 dx = \int_0^1 x^2 (1-2x+x^2) dx = \frac{1}{30}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{30}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 3

20. Analitik uzayda $x + y + z = 6$ düzlemi ile koordinat düzlemlerinin sınırladığı cismin hacmi kaç birimküptür?

- A) 36 B) 48 C) 54 D) 72 E) 108



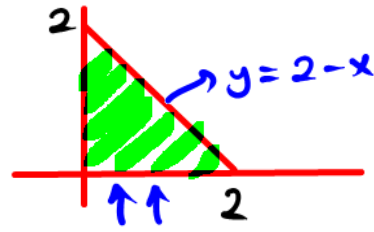
$$V = \iiint_B dz dy dx = \int_0^6 \int_0^{6-x} (6-x-y) dy dx = \int_0^6 \int_0^{6-x} (6-x-y) dy dx = 36$$

$$2.401 \quad V = \frac{\text{taban alanı} \cdot \text{yükseklik}}{3} = \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot \frac{6}{3} = 36$$

21. $x = 0$, $y = 0$ ve $x + y = 2$ doğrularının sınırladığı bölge D olduğuna göre,

$$\iint_D xy \, dx \, dy \quad \text{integralinin değeri kaçtır?}$$

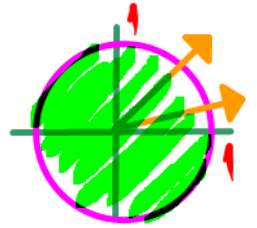
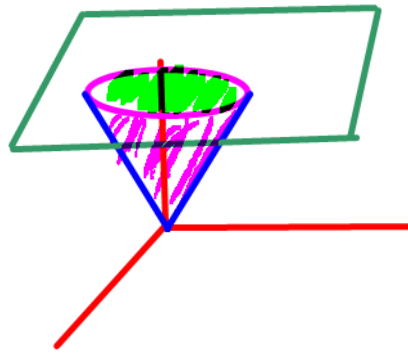
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{9}{2}$



$$\iint_D xy \, dy \, dx = \int_0^2 \int_0^{2-x} xy \, dy \, dx = \frac{2}{3}$$

22. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ konisi ve $z = 1$ düzlemi ile sınırlanmış cismin hacmi nedir?

- A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$



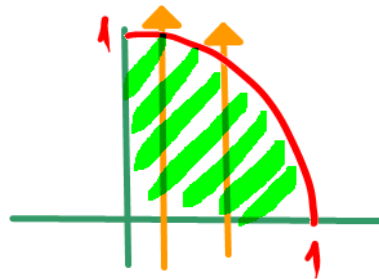
$$z = \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1^2$$

$$V = \iiint_B \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 dz \, dy \, dx = \iint_B (1 - \sqrt{x^2+y^2}) \, dy \, dx = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (1-r) \cdot r \, dr \, d\theta = \frac{\pi}{3}$$

2.401 koninin $\left. \begin{matrix} h=1 \\ r=1 \end{matrix} \right\} V_{\text{kon}} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{\pi}{3}$

23. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} 2e^{x^2+y^2} \, dy \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

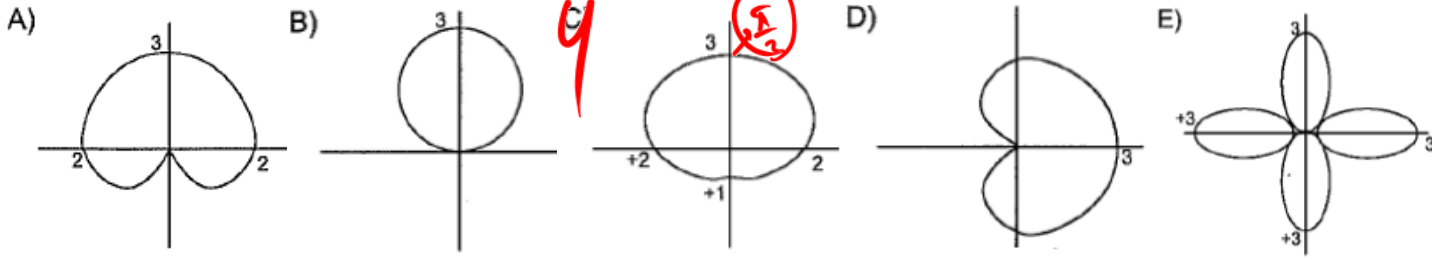
- A) $\frac{(e-1) \cdot \pi}{2}$ B) $e^2 \pi$ C) $(e-2) \pi$
D) $\frac{(e-1)}{\pi}$ E) $e^2(\pi-2)$



$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} 2e^{x^2+y^2} \, dy \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 2e^{r^2} \cdot r \, dr \, d\theta = \frac{\pi}{2} (e-1)$$

24. $r = 2 + \sin\theta$ kutupsal eğrisinin grafiği hangisidir?

$$r = 2 + \sin\theta \cdot (1.\theta) \rightarrow p = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$



θ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
r	2	3	2	1

$r=0$ oluyor mu?

$$r=0=2+\sin\theta \Rightarrow \sin\theta \neq -2$$

25. Uzayda,

$$z = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2} \quad \text{ve} \quad z = 6 - x^2 - y^2$$

yüzeyleri tarafından sınırlanan kapalı bölgenin hacmi kaç birimküptür?

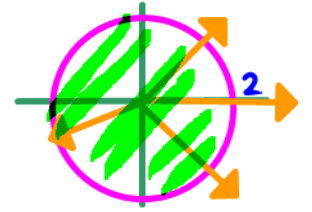
- A) π B) 5π C) $\frac{40\pi}{3}$ D) $\frac{11\pi}{6}$ E) 10π

$$z = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 6 - x^2 - y^2$$

$$x^2 + y^2 = a \rightarrow 2 - \sqrt{4 - a} = 6 - a$$

$$a - 4 = \sqrt{4 - a} \Rightarrow a = 4$$

$$x^2 + y^2 = 4$$



$$V = \iiint_B \frac{6 - x^2 - y^2}{2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}} dz dy dx = \iiint_B (6 - x^2 - y^2 - 2 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}) dy dx$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^2 (6 - r^2 - 2 + \sqrt{4 - r^2}) r dr d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^2 (4 - r^2) \cdot r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_0^2 (\sqrt{4 - r^2}) r dr d\theta = \frac{40\pi}{3}$$

26. $f(x) = \ln(x + 1)$

fonksiyonunun $x = 0$ civarında Taylor serisine açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot x^k$

B) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \cdot x^k$

C) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} \cdot x^k}{k}$

D) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot x^k}{k!}$

E) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} \cdot x^k}{(k-1)!}$

$$\int \frac{1}{1+x} = \int \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^n$$

$$\ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$n \rightarrow n-1 \Rightarrow \ln(x+1) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{n-1+1}}{n-1+1} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n}$$

27. I. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$ II. $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$ III. $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^3} dx$

Yukarıda verilen integrallerden hangileri yakınsaktır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

I) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^{\infty} = \ln \infty - \ln 1 = \infty$

II) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{e^{x^2}} \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{n^2}} \rightarrow$ kök testi

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{e^{n^2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e^n} = 0 < 1$

III) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^3} dx \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \rightarrow p$ testi yakınsak

28. $f(x) = \sum_{k=1}^m \sin(kx)$ olarak veriliyor.

$f(x) = \sum_{k=1}^m \sin(kx) = \sin x + \sin 2x + \dots + \sin(mx)$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{3x} = 26$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin mx}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} + \dots + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{3x}$

$= \frac{1+2+3+\dots+m}{3} = \frac{m \cdot (m+1)}{6} = 26$

$m \cdot (m+1) = 156$

$m = 12$

29. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$ serisinin toplamı neye eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{e}{2}$ C) e D) $2e$ E) ∞

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n} \approx \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln x} = \int_{\ln 2}^{\infty} \frac{du}{u} = \ln u \Big|_{\ln 2}^{\infty} = \ln \infty - \ln(\ln 2) = \infty$

$\ln x = u \quad \frac{dx}{x} = du$

$x=2 \Rightarrow u = \ln 2$

$x=\infty \Rightarrow u = \infty$

30. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int_0^1 \left(x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \dots \right) dx$ **4** $\int_0^1 \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots \right) dx$

B) $\int_0^1 \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \right) dx$ E) $\int_0^1 \left(x - \frac{x}{2!} - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^3}{4!} - \dots \right) dx$

C) $\int_0^1 \left(1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} - \dots \right) dx$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$\int \frac{\sin x}{x} = \int \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} - \dots \right) dx$$

$$\int \frac{\sin x}{x} dx = \int \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots \right) dx$$

31. $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$

fonksiyonunun Maclaren serisine açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

4 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n}}{2 \cdot (2n)!}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{2n} \cdot \frac{x^n}{2 \cdot (n)!}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{n!}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^n}{(2n)!}$

$$f(0) + \frac{f'(0) \cdot x}{1!} + \frac{f''(0) \cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0) \cdot x^3}{3!} - \dots$$

$$f(x) = \sin^2 \frac{x}{2} \Rightarrow f(0) = 0$$

$$f'(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(x) = \left(\frac{1}{2} \sin x \right)' = \frac{\cos x}{2} \Rightarrow f''(0) = \frac{1}{2}$$

Buna göre $\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2!} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^4}{4!} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n}}{2 \cdot (2n)!}$

32. $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$

fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki Taylor seri açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sum_{n=1}^{\infty} [n \cdot (x-1)^n]$

B) $\sum_{n=0}^{\infty} [(n+1)! \cdot x^n]$

4 $\sum_{n=0}^{\infty} [(n+1)(x+1)^n]$

D) $\sum_{n=0}^{\infty} [(n+1) \cdot (x-1)^n]$

E) $\sum_{n=0}^{\infty} [(n+1)! \cdot (x+1)^n]$

$$f(x) = f(a) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^k(a) \cdot (x-a)^k}{k!}$$

$$f(x) = x^{-2} \Rightarrow f(-1) = 1$$

$$f'(x) = -2 \cdot x^{-3} \Rightarrow f'(-1) = 2$$

$$f''(x) = 6 \cdot x^{-4} \Rightarrow f''(-1) = 3!$$

$$f'''(x) = -4! \cdot x^{-5} \Rightarrow f'''(-1) = -4!$$

$$f(x) = 1 + \frac{2 \cdot (x+1)}{1} + \frac{3! \cdot (x+1)^2}{2!} + \frac{4! \cdot (x+1)^3}{3!} - \dots = 1 + 2(x+1) + 3 \cdot (x+1)^2 + 4 \cdot (x+1)^3 - \dots$$

33. $\prod_{k=0}^{\infty} 3^{(3^{-k})}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\sqrt{3}$

C) $2\sqrt{3}$

D) $3\sqrt{3}$

E) $4\sqrt{3}$

$$\prod_{k=0}^{\infty} 3^{(3^{-k})} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{(\frac{1}{3})^2} \dots = 3^{1 + \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 + \dots} = 3^{1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{27}$$

34.



Bir kenarı 4 cm olan bir eşkenar üçgen içine, ağırlık merkezleri bu üçgenle aynı ve her birinin bir kenarı bir öncekinin $\frac{1}{3}$ ü kadar olan sonsuz tane eşkenar üçgen çiziliyor.

Buna göre, tüm üçgenlerin çevreleri toplamı kaç cm'dir?

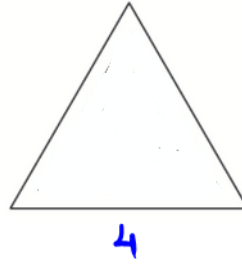
A) 15

B) 18

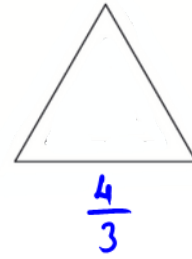
C) 36

D) 72

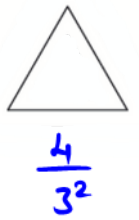
E) 102



4



$\frac{4}{3}$



$\frac{4}{3^2}$

$C_1 = 3 \cdot 4$

$C_2 = 3 \cdot \frac{4}{3}$

$C_3 = 3 \cdot \frac{4}{3^2} \dots$

$C_1 + C_2 + C_3 + \dots = 3 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{4}{3} + 3 \cdot \frac{4}{3^2} \dots$

$= 12 \cdot (1 + \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 + \dots) = 12 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = 18$

35. $\sin 10^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^3 10^\circ + \dots + \sin^n 10^\circ + \dots = x$

olduğuna göre, $\cos 20^\circ$ nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x-1)^2}{x^2 + 2x + 4}$

B) $\frac{x^2 + x + 2}{(x-1)^2}$

C) $\frac{x-1}{x^2 + 2x - 1}$

D) $\frac{-x^2 + 2x + 1}{(x+1)^2}$

E) $\frac{-x^2 + x}{(x-1)^2}$

$0 < \sin 10^\circ < 1$

$x = \sin 10^\circ + \sin^2 10^\circ + \dots$

$= \sin 10^\circ \cdot \frac{1}{1 - \sin 10^\circ} = \frac{\sin 10^\circ}{1 - \sin 10^\circ} = x$

$\sin 10^\circ = \frac{x}{x+1}$

$\cos 20^\circ = 1 - 2\sin^2 10^\circ = 1 - 2\left(\frac{x}{x+1}\right)^2$
 $= \frac{-x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

36. $(a_n) = \left((6n-1) \cdot \sin\left(\frac{2}{3n}\right) \right)$

dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $\frac{1}{9}$ C) 4 D) 9 E) ∞

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[(6n-1) \cdot \sin \frac{2}{3n} \right] = \infty \cdot 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{2}{3n}}{\frac{1}{6n-1}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{2t}{3}}{\frac{t}{6}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = 4$$

$\frac{1}{n} = t$

37. f fonksiyonunun n . mertebeden türevi $f^{(n)}(x)$ olmak üzere,

$$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} + \frac{x}{2}$$

olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{\infty} f^{(k)}(0)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{9}{4}$

$$\sum_{k=1}^{\infty} f^{(k)}(0) = f'(0) + f''(0) + f'''(0) + \dots$$

$$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} + \frac{x}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{x}{2}} + \frac{1}{2} \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow f''(0) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$f'''(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow f'''(0) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} f^{(k)}(0) = 0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \dots = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^3}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} \cdot \sin \frac{1}{x}$$

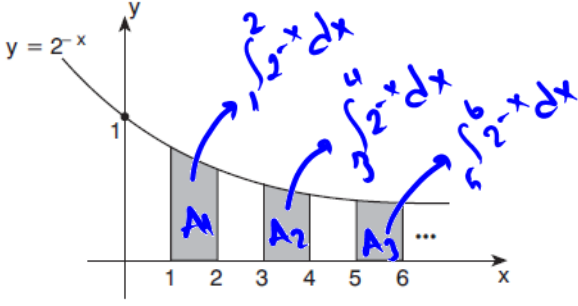
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{x} = t$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $\infty \quad 0$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

39. n pozitif tam sayı olmak üzere,
 $y = 2^{-x}$ eğrisi, $x = 2n - 1$, $x = 2n$ doğruları ve x eksenini arasında kalan bölgeler aşağıdaki şekilde taralı olarak verilmiştir.



Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{3\ln 2}$

D) $\frac{4}{\ln 2}$

E) $2\ln 2$

Handwritten solution for question 39:

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots$$

$$\int_1^2 2^{-x} dx + \int_3^4 2^{-x} dx + \int_5^6 2^{-x} dx + \dots$$

$$\left[\frac{-2^{-x}}{\ln 2} \right]_1^2 + \left[\frac{-2^{-x}}{\ln 2} \right]_3^4 + \left[\frac{-2^{-x}}{\ln 2} \right]_5^6 + \dots$$

$$\frac{1}{4 \cdot \ln 2} + \frac{1}{4^2 \cdot \ln 2} + \frac{1}{4^3 \cdot \ln 2} + \dots = \frac{1}{4 \ln 2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\ln 2}$$

40. Geometrik dizi konusunu işleyecek olan bir öğretmenin,

I. Yıllık %20 bileşik faiz ile bankaya yatırılan A TL, t yılın sonunda faiziyle birlikte kaç TL olur?

$\rightarrow A = a \cdot (1 + t)^n \rightarrow r = 1 + t$

II. a bir tam sayı olmak üzere, $f(x) = \left(\frac{a}{3}\right)^{x+1}$ fonksiyonu azalan bir fonksiyon olduğuna göre, a en çok kaçtır?

$\rightarrow f(x) = \left(\frac{a}{3}\right)^{x+1} \rightarrow r = \frac{a}{3}$

III. Bir çiçek bir haftada çoğalarak kapladığı yüzeyi iki katına çıkartmaktadır. Buna göre, x haftada çiçeğin kapladığı yüzey alanını veren fonksiyon nedir?

$\rightarrow S, 2S, 4S, 8S, \dots \rightarrow r = 2$

örneklerinden hangilerini kullanması beklenir?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) II ve III

E) I, II ve III

41. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n^2} + \frac{2}{2n^2} + \frac{3}{2n^2} + \dots + \frac{n+1}{2n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots \right) = \frac{1}{2} \int_0^1 x dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$

E) $\frac{1}{12}$

42. $\int_0^{\infty} \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$

$e^x = u$
 $e^x dx = du$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π

$\int_0^{\infty} \frac{e^x dx}{1+(e^x)^2} = \int_1^{\infty} \frac{du}{1+u^2} = \arctan(u) \Big|_1^{\infty}$

$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{\pi}{4}$

43. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$

serisinin toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) e B) e^2 C) e^3 D) e^4 E) e^5

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \rightarrow x=4$

$e^4 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$

44. Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

I. (a_n) bir monoton dizi olsun. (a_n) dizisinin yakınsak olması için gerek ve yeter koşul, dizinin sınırlı olmasıdır.

$\rightarrow$ Monoton + sınırlı = yakınsak

II. (a_n) dizisi, azalan ve alttan sınırlı ise yakınsaktır.

$\rightarrow a_1 > a_2 > a_3 \dots \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c \in \mathbb{R}$

III. (a_n) dizisi, artan ve alttan sınırlı ise yakınsaktır.

$\rightarrow a_1 < a_2 < a_3 \dots ?$

IV. Her sınırlı (a_n) dizisi yakınsak bir alt diziye sahiptir.

$\rightarrow$ B-W teoremi

V. (a_n) sınırlı bir dizi ise yığılma noktası olmayabilir.

VI. Her sınırlı (a_n) dizisi Cauchy dizisidir.

$\rightarrow$ ters örnek $(-1)^n$ sınırlı ama yakınsak değil Cauchy değil

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

45. $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\pi) \cdot x^n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^n$

$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{n+1}}{x^n} \right| = |x| < 1$

$-1 < x < 1$

kuvvet serisinin yakınsaklık yarıçapı kaçtır?

- A) $\frac{1}{\pi}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$R = \frac{1-(-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

46. Aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) (a_n) ve (b_n) yakınsak olmayan iki dizi ise $(a_n) \cdot (b_n)$ de yakınsak değildir.

$$(a_n) = (-1)^n, (b_n) = \cos(n\pi)$$

$$(a_n) \cdot (b_n) = (-1)^n \cdot (-1)^n = 1$$

B) $\lim(a_n) = \infty$ ve $\lim(b_n) = -\infty$ ise $\lim(a_n + b_n) = 0$ dir.

→ $\infty - \infty$ belirsizliği olur.

C) $\lim(a_n) \cdot \lim(b_n) = [\lim(a_n)] [\lim(b_n)]$ dir.

→ $\lim a_n$ varsa ve $\lim b_n$ varsa geçerli

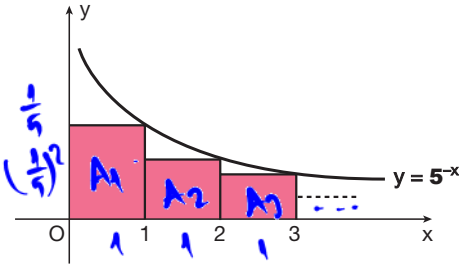
D) Monoton azalan a_n dizisi yakınsaktır.

→ $(a_n) = -n^2 \rightarrow$ yakınsak değil

E) $\lim(a_n) = \infty$ ve $\lim(b_n) = L > 0$ ise $\lim(a_n) \cdot (b_n) = \infty$ dur.

→ $\infty \cdot \infty = \infty$

47.



Şekildeki gibi bir köşesi $y = 5^{-x}$ eğrisi üzerinde sonsuz adet dikdörtgen çizilebilseydi alanları toplamı kaç olurdu?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots$$

$$\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \dots = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{4}$$

48. $f(x) = \cos x$

fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki Taylor seri açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

$$f(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!}$$

A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!}$

D) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-x^{2n}}{(2n)!}$

B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(2n)!}$

E) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$

$$f(0) = \cos 0 = 1$$

$$f'(x) = -\sin x \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -\cos x \Rightarrow f''(0) = -1$$

C) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

$$f(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!} = 1 + \frac{0 \cdot x}{1!} + \frac{(-1) \cdot x^2}{2!} + 0 + \frac{1 \cdot x^4}{4!} + \dots$$

49. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2}}{5^{k-1}} \cdot (-x)^k$

serisinin en geniş yakınsak aralığı hangisidir?

- A) (0, 5) B) [0, 5] C) (-5, 5) D) (-5, 5] E) (-5, 0]

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{\sqrt{k+3}}{5^k} \cdot x^k \cdot x \cdot \frac{5^{k-1}}{\sqrt{k+2} \cdot x^k} \right| = \frac{1}{5} \cdot |x| < 1$$

$$-5 < x < 5$$

$$x=5 \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2}}{5^k} \cdot (-1)^k \cdot 5^k \rightarrow \text{ıraksak}$$

50. I. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+5} \right)^n$ III. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n^3}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$ IV. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+3} \right)^{n^2}$

Yukarıdaki serilerden kaç tanesi yakınsaktır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

I) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{-2}{n+5} \right)^n \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2}{n+5} \right)^n = e^{-2} \neq 0$

ıraksak

II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow p$ testi

III) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n \cdot n^3} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \rightarrow p$ testi

IV) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 + \frac{-2}{n+3} \right)^{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2}{n+3} \right)^{n^2} = e^{-2} = \frac{1}{e^2} < 1$ yakınsak

51. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ serisinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$$\frac{1}{4n^2-1} = \frac{A}{2n-1} + \frac{B}{2n+1} \Rightarrow 1 = A(2n+1) + B(2n-1)$$

$$A = \frac{1}{2} \text{ ve } B = -\frac{1}{2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right) = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

52. $S_n = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{n}{k^2-1}$

olduğuna göre, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ limitinin sonucu nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\frac{3}{4}$ E) ∞

$$S_n = n \cdot \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2-1} \rightarrow \text{reel sayı} = C$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot C = \infty$$