

SOYUT MATEMATİK ÖZET ETÜT

1. $x < y \Rightarrow x = y$ önermesinin deęilini bulunuz.

$$(p \Rightarrow q)' = (p' \vee q)' = \underline{p \wedge q'}$$

$$(x < y \Rightarrow x = y)' \equiv (x < y) \wedge x \neq y \equiv x < y$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesi üzerindeki $\forall x \exists y \quad x^2 > y + 1$ önermesinin doğruluk deęerini bulunuz.

$$x=1 \quad \wedge \quad y=1 \quad \left. \begin{array}{l} 1^2 > 1+1 \\ 1 > 2 \end{array} \right\} \text{ bu önerme yanlıştır.}$$

3. Reel sayılar üzerinde,

$[\forall x(x+3 \leq 0) \Rightarrow \exists x(2x+1 \geq 0)]'$ ifadesi neye denktir?

$$(p \Rightarrow q)' \equiv (p' \vee q)' = p \wedge q'$$

$$[\forall x(x+3 \leq 0) \Rightarrow \exists x(2x+1 \geq 0)]' \\ [\forall x(x+3 \leq 0)] \wedge [\exists x(2x+1 < 0)]$$

4. $A = \{5, 6, 7, 8\}$ kümesinin 2 elemanlı bir alt kümesi X ve 3 elemanlı bir alt kümesi Y olsun. Eğer $X \cap Y$ kümesinin en küçük elemanı 6 ise farklı (X, Y) ikililerinin sayısı kaçtır?

$$X = \{5, 6\} \Rightarrow Y = \{6, 7, 8\} \quad -$$

$$X = \{6, 7\} \Rightarrow Y = \{5, 6, 7\} \quad - \\ \{5, 6, 8\} \quad - \\ \{6, 8, 7\} \quad -$$

$$X = \{6, 8\} \Rightarrow Y = \{5, 6, 7\} \quad - \\ \{5, 6, 8\} \quad - \\ \{6, 7, 8\} \quad -$$

7 doğru.

5.

$$\left(x \in \bigcup_{i \in I} A_i \right)'$$

önermesinin denk olduğu önermeyi bulunuz.

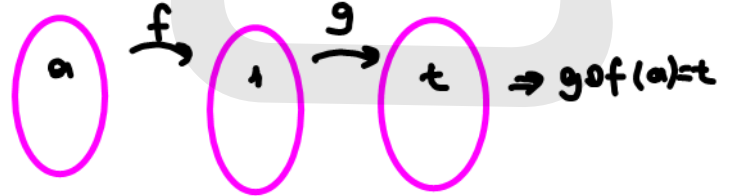
$$\left(\bigcup_{i \in I} A_i \right)' = \bigcap_{i \in I} A_i'$$

$$\left(\bigcap_{i \in I} A_i \right)' = \bigcup_{i \in I} A_i'$$

$$\begin{aligned} (x \in \bigcup_{i \in I} A_i)' &\Leftrightarrow (\exists i \in I \text{ için } x \in A_i)' \\ &\Leftrightarrow \forall i \in I \text{ için } x \notin A_i \\ &\Leftrightarrow \forall i \in I \text{ için } x \in A_i' \equiv x \in \bigcap_{i \in I} A_i' \end{aligned}$$

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesi üzerinde tanımlı

$$\alpha = \{(1, 4), (4, 5), (1, 6), (2, 3), (3, 8), (6, 7), (5, 8)\}$$

 $\beta = \{(4, 3), (1, 8), (2, 5), (3, 6)\}$ bağıntıları için $\beta \circ \alpha$ ve $\alpha \circ \beta$ bağıntılarını bulunuz.


$$\beta \circ \alpha = \beta(\alpha) = \{(1, 3), (2, 6)\}$$

$$(1, 4) \in \alpha \wedge (4, 3) \in \beta \Rightarrow (1, 3) \in \beta \circ \alpha$$

$$\alpha \circ \beta = \alpha(\beta) = \{(4, 8), (2, 8), (3, 7)\}$$

7. $\mathbb{Z}$ de tanımlı $B = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$ ve $\alpha = \{(x, y) \mid x - y = 1\}$ bağıntıları için $\alpha \circ \beta$ bağıntısını bulunuz.

$$\alpha \circ \beta = ? \quad x + y = 3 \Rightarrow y = 3 - x \quad \text{ve} \quad x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$\alpha \circ \beta = \alpha(\beta(x)) = \alpha(3 - x) = (x - 1) \circ (3 - x) = (3 - x) - 1 = 2 - x$$

$$0 \text{ yerde} \quad \alpha \circ \beta = \{(x, y) \mid x + y = 2\} \quad y = 2 - x$$

8. $\mathbb{R}$ de β bağıntısı $(x, y) \in \beta \Leftrightarrow 4x + 2my = 0$ olarak tanımlanıyor. Yansıyan olması için m ne olmalıdır?

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } (x, x) \in \beta ?$$

$$4x + 2mx = 0$$

$$4x = -2mx$$

$$\downarrow \\ m = -2$$

9. $s(A)=4$ ise A kümesi üzerinde kaç tane simetrik kaç tane yansıyan ve simetrik bağıntı yazılabilir?

$$\{(1,1), (2,2), (1,2), (2,1), (2,3)\}$$

	1	2	3	4
1	11	12	13	14
2	21	22	23	24
3	31	32	33	34
4	41	42	43	44

$$S(A)=4 \quad s(A \times A)=16$$

$$\text{simetrik bağıntı} = 2^{\frac{n^2+n}{2}} = 2^{10}$$

$$Y+S = 2^{\frac{n^2-n}{2}} = 2^6$$

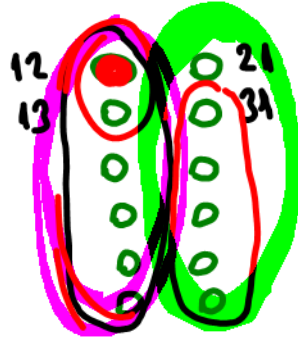
$$\text{Ters sim} = 2^n \cdot 3^{\frac{n^2-n}{2}} = 2^4 \cdot 3^6$$

$$\{(2,1), (1,1)\}$$

10. $s(A)=4$ ise A üzerinde 6 elemanlı kaç tane yansıyan ve ters-simetrik bağıntı tanımlanabilir?

$$s(A \times A) = 4 \cdot 4 = 16$$

$$16 - 4 = 12$$



$$\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\} \text{ --- }$$

Yansıyan 4 tane: (x,x)

$$\binom{6}{2} \cdot 2 + \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1}$$

$$30 + 30 = 60$$

11. $\mathbb{Z}$ de tanımlı aşağıdaki bağıntılardan hangisi geçişkendir?

A) $(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x+y=4$

D) $(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x=3y$

B) $(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x-y \leq 0$

E) $(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x+y=0$

C) $(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x-y=5$

B) $x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$

D) $x=3y$
 $y=3z$
 $x=3z$

C) $(6,1), (1,-4) \not\Rightarrow (6,-4)$

$(x,y) \in \beta \wedge (y,z) \in \beta \Rightarrow (x,z) \in \beta$
 $(x,y) \in \beta$ ise $(y$ ile başlayan başka bir eleman yoksa

12. $\mathbb{Z}$ üzerinde tanımlı $\beta=\{(x,y) \mid x \equiv y \pmod{4}\}$ bağıntının hangi özelliklerini sağlar?

$$x \equiv y \pmod{4} \Leftrightarrow 4 \mid x-y \Leftrightarrow x-y=4k \quad k \in \mathbb{Z}$$

+i) $\forall x \in \mathbb{Z} \quad x-x=4 \cdot 0 \quad 0 \in \mathbb{Z} \quad (x,x) \in \beta$

+ii) $\forall x,y \in \mathbb{Z} \quad \forall (x,y) \in \beta \quad i \in \mathbb{N} \quad x-y=4k \Rightarrow y-x=4 \cdot (-k)$

+iii) $(x,y) \wedge (y,z) \Rightarrow (x,z) \in \beta$
 $x-y=4k$
 $y-z=4t$
 $x-z=4(k+t) \quad (k+t) \in \mathbb{Z}$

$Y + S + G =$ denklik bağıntısı

13. $A = \{x, y, z\}$ kümesi üzerinde birbirinden farklı kaç tane denklik bağıntısı yazılabilir?

= A kümesi için kaç tane ayrışım yazılabilir?

$$A_1 = \{\{x\}, \{y\}, \{z\}\} \Rightarrow R_1 = \{(x, x), (y, y), (z, z)\}$$

$$A_2 = \{\{x\}, \{y, z\}\} \Rightarrow R_2 = \{(x, x), (y, y), (z, z), (y, z), (z, y)\}$$

$$A_3 = \{\{y\}, \{x, z\}\} \Rightarrow R_3 = \{(y, y), (x, x), (z, z), (x, z), (z, x)\}$$

$$A_4 = \{\{z\}, \{x, y\}\} \Rightarrow R_4 = \{(x, x), (y, y), (z, z), (x, y), (y, x)\}$$

$$A_5 = \{\{x, y, z\}\} \Rightarrow R_5 = \{(x, x), (y, y), (z, z), (x, y), (y, x), (x, z), (z, x), (y, z), (z, y)\}$$

14. $\mathbb{R}$ de $\beta = \{(a, b) \mid a^2 + 2a = b^2 + 2b\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı olduğuna göre $\bar{0}$ denklik sınıfını bulunuz.

$$a = 0 \Rightarrow 0 = b^2 + 2b = b(b+2)$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ 0 & -2 \end{matrix}$$

$$\bar{0} = \{0, -2\} = -2$$

15. $A = \{x, y, z, t\}$ kümesi üzerinde

$\beta = \{(x, x), (y, y), (z, z), (t, t), (x, y), (y, x), (z, t), (t, z)\}$ bağıntısı veriliyor. Denklik sınıflarını bulunuz.

$$\begin{matrix} \bar{x} = \{x, y\} = \bar{y} \\ \bar{t} = \{t, z\} = \bar{z} \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} \bar{x} = \{x, y\} = \bar{y} \\ \bar{t} = \{t, z\} = \bar{z} \end{matrix}} \right\} 2 \text{ tane denklik sınıfı vardır.}$$

$$\{\{x, y\}, \{t, z\}\}$$

16. $\mathbb{Z}$ de $\beta = \{(x, y) \mid 2 \mid (x+3y)\}$ olmak üzere; bağıntısı bir denklik bağıntısı ise $\bar{5} = ?$

$\bar{n}$ için $(n, y) \in \beta, y \in \mathbb{Z}$

$$2 \mid (n+3y) \Leftrightarrow n+3y = 2k, \quad 3y \text{ tek olabilir.}$$

$$\bar{n} = \{x \in \mathbb{Z} \mid y \text{ tek tamsayılar}\}$$

17. $A = \{2, 3, 6, 12, 18, 36, 48, 60\}$ kümesi üzerinde;
 $\beta = \{(x, y) \mid x|y\}$ bağıntısının özelliklerini bulunuz.

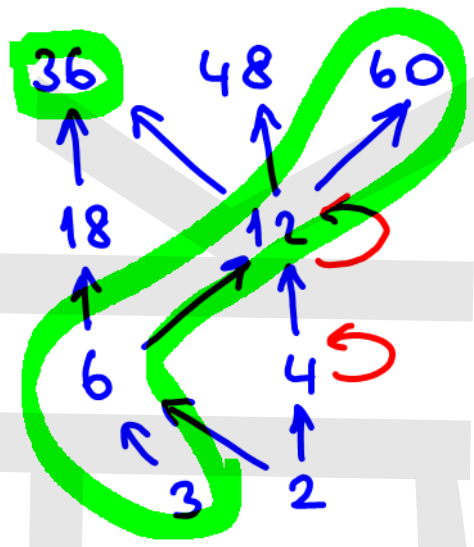
Yansıyan, Ters Sim, Geçirgen.

maximal $K = \{36, 48, 60\}$

Maximum yok

minimal $K = \{2, 3\}$

minimum yok



18. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesi üzerinde

$\beta = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (3, 4), (4, 1), (3, 1), (3, 2), (2, 1), (5, 4), (5, 1)\}$

kısmi sıralama bağıntısı veriliyor.

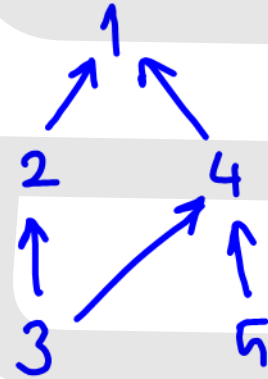
Küçük, en küçük, büyük, en büyük elemanlarını bulunuz.

$1 \leq 4, 1, (1, 4)$

minimal kümesi = $\{3, 5\}$

maximal " = $\{1\}$

maximum = 1, minimum yok



19. A kümesi 20 sayısının pozitif bölenleri olsun. A üzerinde " $x \mid y$ " sıralama bağıntısı verilsin. $B = \{2, 5, 10\}$ kümesinin alt sınırlarını, ebas ve eküs'ünü bulunuz.

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

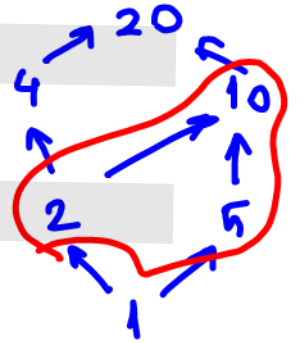
alt $B = \{1\}$ üst $B = \{10, 20\}$

ebas $B = 1$

$\downarrow$
inf

eküs $B = 10$

$\downarrow$
sup



20. $\mathbb{R}[-1]$ de $x * y = x + y + xy$ biçiminde "*" işleminin etkisiz elemanını ve 5'in tersini bulunuz.

$x * e = x = x + e + ex$

$0 = e(x+1) \Rightarrow e = 0$

$5^{-1} = k$ diyelim.

$5 * k = 5 + k + 5k = 0$

$k = 5^{-1} = -\frac{5}{6}$

TEST-1

1) $(p' \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow s')$ önermesinin yanlış olduğu bilindiğine göre p, q, r, s önermelerinin doğruluk değerleri hangisinde sırayla doğru verilmiştir?

- A) 1, 0, 1, 0 ~~B) 0, 0, 1, 1~~ C) 0, 1, 1, 0 D) 0, 1, 0, 1 E) 1, 0, 0, 1

$$(p' \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow s') \equiv 0$$

$\begin{array}{c} \parallel \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \parallel \\ 0 \end{array}$

$$p' \Rightarrow q \equiv 0 \quad r \Rightarrow s' \equiv 0$$

$\begin{array}{cc} 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 1 & 0 \end{array}$

ise

$$p \equiv 0, q \equiv 0, r \equiv 1, s \equiv 1$$

2) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlanan aşağıdaki önermelerin hangisinin ya da hangilerinin doğruluk değeri 1 dir?

- I. $\forall x, \forall y [x+y \leq 10]$ $\rightarrow \forall x, \forall y [x+y \leq 10]$ $x=y=5$
II. $\exists x, \forall y [x^2+2y < 10]$ $\rightarrow \exists x, \forall y [x^2+2y < 10]$ $\rightarrow x=1, y=5$
III. $\forall x, \exists y [x^3 > y+1]$ $\rightarrow \forall x, \exists y [x^3 > y+1]$
A) I B) I-II C) I-III D) II-III E) I-II-III
- $\downarrow \quad \downarrow$
 $1 > 1+1$

3) $p \Rightarrow q'$ önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge q$ B) $p' \vee q$ C) $p \wedge q'$ D) $p \vee q$ ~~E) $q \wedge p$~~

$$(p \Rightarrow q')' \equiv (p' \vee q')' \equiv p \wedge q$$

4) $p \equiv 1$ ise $p \wedge (p \Rightarrow q)$ önermesi neye denktir?

- A) p B) $p \wedge q$ ~~C) q~~ D) q E) 1

$$p \equiv 1 \quad \underline{1} \wedge (p \Rightarrow q) \equiv 1 \Rightarrow q \equiv q$$

5) $[(p \wedge q) \wedge r] \Rightarrow (s \vee r)$ önermesi yanlış olduğuna göre p,q,r,s önermelerinin doğruluk değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 ~~E) 4~~

$$[(p \wedge q) \wedge r] \Rightarrow (s \vee r) \equiv 0$$

$$p \equiv q \equiv r \equiv 1$$

$$s \equiv 1$$

$$p + q + r + s = 4$$

6) $\mathbb{Z}$ de " $P(x): = 2x$ " açık önermesi için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- a) ~~$P(-2)$~~ ~~b) $P(0)$~~ c) ~~$P(1)$~~ ~~d) $P(2)$~~ ~~e) $\exists x (x \in \mathbb{Z} \wedge P(x))$~~ ~~f) $\forall x (x \in \mathbb{Z} \Rightarrow P(x))$~~
- A) 2 ~~B) 3~~ C) 4 D) 5 E) 6

$$P(-2): (-2)^2 = 2 \cdot (-2), \quad 4 = -4 \quad \text{yanlış?}$$

$$P(0): (0)^2 = 2 \cdot 0 \quad \text{doğru}$$

$$P(1): 1^2 = 2 \cdot 1 \quad \text{yanlış}$$

$$P(2): 2^2 = 2 \cdot 2 \quad \text{doğru}$$

$$\exists x = -2 \in \mathbb{Z} \quad (-2)^2 = 2 \cdot (-2) \quad \text{yanlış?}$$

7) $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 21\}$ kümesi ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ kümeleri A kümesinin boş kümeden farklı alt kümeleridir.
- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ kümelerinin ikişerli kesişimleri boş kümedir.
- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ kümelerinin elemanlarının toplamı birbirine eşittir.

Buna göre n, en fazla kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 ~~E) 11~~

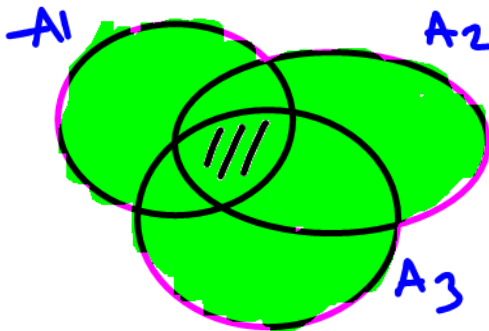
$$A_1 = \{1, 20\}, \quad A_2 = \{2, 19\}, \quad A_3 = \{3, 18\}, \quad A_4 = \{4, 17\}, \quad A_5 = \{5, 16\}$$

$$A_6 = \{6, 15\}, \quad A_7 = \{7, 14\}, \quad A_8 = \{8, 13\}, \quad A_9 = \{9, 12\}, \quad A_{10} = \{10, 11\}$$

$$A_{11} = \{21\}$$

8) $I \neq \emptyset$, $I \subset \mathbb{N}$ ve $\{A_i | i \in I\}$ kümeler ailesi veriliyor. $\forall i \in I$ için $x \notin A_i$ önermesi neye denktir?

- A) ~~$x \in \bigcup_{i \in I} A_i$~~ B) ~~$x \in \bigcap_{i \in I} A_i$~~ C) $x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$ D) $x \notin \bigcap_{i \in I} A_i$ E) $x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$



$$x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$$

9) $I \neq \emptyset$, $I \subset \mathbb{N}$ ve $\mathcal{A} = \{A_i : i \in I\}$ kümeler ailesi veriliyor. Hangileri doğrudur?

- ☒ I. $\forall j \in I$ için $\bigcap_{i \in I} A_i \subset A_j$
☒ II. $\forall j \in I$ için $\bigcup_{i \in I} A_i \subset A_j$
☒ III. $\forall j \in I$ için $A_j \subset \bigcap_{i \in I} A_i$
☒ IV. $\forall j \in I$ için $A_j \subset \bigcup_{i \in I} A_i$

A) I-II

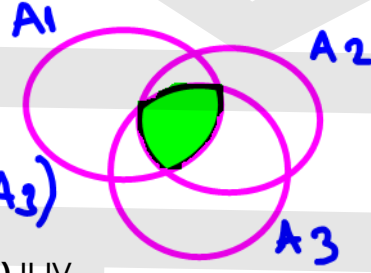
B) I-III

☒ C) I-IV

D) II-III

E) II-IV

$\rightarrow A_1 \subset (A_1 \cup A_2 \cup A_3)$



10) $I \neq \emptyset$, $I \subset \mathbb{N}$ ve $\{A_i | i \in I\}$ herhangi bir kümeler ailesi veriliyor. $\exists i (i \in I \wedge x \in A_i')$ önermesinin değili aşağıdakilerden hangisine denktir?

☒ A) $x \in \bigcup_{i \in I} A_i'$

☒ B) $x \notin \bigcap_{i \in I} A_i$

☒ C) $x \in \bigcap_{i \in I} A_i'$

☒ D) $x \in \bigcap_{i \in I} A_i$

☒ E) $\forall i (i \in I \Rightarrow x \in A_i')$

$$\begin{aligned} (\exists i : (i \in I \wedge x \in A_i'))' &\equiv \forall i : (i \in I \Rightarrow x \in (A_i'))' \\ &\equiv \forall i : (i \in I \Rightarrow x \in A_i) \\ &\equiv x \in \bigcap_{i \in I} A_i \end{aligned}$$

11) A ve B iki küme ve $A \cup B = \emptyset$ ise aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

☒ I. $A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$ dir.

☒ II. $A \cap B = \emptyset$

☒ III. $A = B$

A) I

B) I-II

☒ C) II-III

D) I-III

E) I-II-III

I) $A \cup B = \emptyset$ ise $A = \emptyset$ ve $B = \emptyset$

II) $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$

$$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

III) $A = \emptyset \wedge B = \emptyset \Rightarrow A = B$

12) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $A_n = [-2, 2 - \frac{1}{n}]$ kümelerinden oluşan $\mathcal{A} = \{A_n | n \in \mathbb{N}^+\}$ küme ailesi için $\bigcap_{n \in \mathbb{N}^+} A_n$ kümesi neye eşittir?

- A) $[-2, 2]$ B) $[-2, 2)$ C) $[-2, 3)$ D) $[-2, 3]$ ~~E) $[-2, 1]$~~

$$\begin{aligned} n=1 & \quad A_1 = [-2, 1] \\ n=2 & \quad A_2 = [-2, \frac{3}{2}] \\ n=3 & \quad A_3 = [-2, \frac{5}{3}] \\ & \quad \vdots \end{aligned}$$

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}^+} A_n = [-2, 1]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}^+} A_n = [-2, 2)$$

13) A, B, C, D herhangi 4 küme olmak üzere aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

I. $A \times C = B \times C$ ise $A = B$

II. $A \times C \cap B \times D = (A \cap B) \times (C \cap D)$

III. $(A \times C) \cup (B \times D) = (A \cup B) \times (C \cup D)$

- A) I B) II C) II-III D) I-II E) I-II-III

$$\text{I) } A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{a\}, D = \{x, y\}$$

$$\text{III) } A = \{1, 2\}, B = \{1\}, C = \{x, y, z\}, D = \{y, t\}$$

$$\{(1, 1), (2, 1), (1, y), (1, t)\} \neq \{(1, 2) \times (x, y, z, t)\}$$

$$\text{I) } A = \{a\}, B = \{1\}, C = \emptyset$$

$$A \times C = \emptyset, B \times C = \emptyset$$

$$A \neq B$$

14) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinden oluşan aşağıdaki ailelerden kaç tanesi A'nın bir parçalanışı olur?

I. $\mathcal{A}_1 = \{\{1, 3, 5\}, \{2, 4\}, \{6\}\}$

II. $\mathcal{A}_2 = \{A\}$

III. $\mathcal{A}_3 = \{\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{5, 6\}\}$

IV. $\mathcal{A}_4 = \{\{1, 3, 4\}, \{2, 5\}, \{6\}\}$

V. $\mathcal{A}_5 = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6\}\}$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$A_1 \neq \emptyset$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

$$A_1 \cup A_2 \dots = A$$

15) Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri doğrudur? I)

- I. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- II. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
- III. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$
- IV. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

A) III-IV

B) I-II-III

C) I-II-IV

D) II-II-IV

~~E) I-II-III-IV~~

II)



16) $\mathbb{Z}$ de

$$X = \{a^4 \mid a \in \mathbb{Z} \wedge -2 \leq a \leq 2\} = \{16, 1, 0\}$$

$Y = \{(-4)^a \mid a \in \mathbb{Z}, 0 \leq a \leq 3\}$ kümeleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) ~~$s(X \cup Y) = 6$~~

B) ~~$s(X \cap Y) = 4$~~

C) $s(X \setminus Y) = 1$

D) ~~$s(Y \setminus X) = 3$~~

E) ~~$s(X \times Y) = 9$~~

$$Y = \{1, -4, 16, -64\}$$

$$s(X) = 3, \quad s(Y) = 4$$

TEST-2

1) $s(A)=3$ ve $s(B)=2$ olmak üzere A dan B ye kaç tane bağıntı yazılabilir?

- A) 1 B) 6 C) 8 D) 9 ~~E) 64~~

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2\} \Rightarrow A \times B = \{(a, 1), (a, 2), \dots, (c, 2)\}$$
$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 6$$

2^6

2) $\mathbb{Z} - \{1\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısı

$x \beta y \Leftrightarrow \frac{x+2a-3}{y-3a+2} = 1$ şeklinde ise β nın yansıyan olması için a ne olmalıdır?

- ~~A) 1~~ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$x \beta x \Leftrightarrow \frac{x+2a-3}{x-3a+2} = 1 \Rightarrow x+2a-3 = x-3a+2$$
$$5a = 5$$
$$a = 1$$

3) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi üzerindeki

$\beta = \{(\underline{1,1}), (\underline{1,2}), (1,3), (1,4), (\underline{2,2}), (2,3), (2,4), (\underline{3,3}), (3,4), (\underline{4,4})\}$

bağıntısı için hangisi yada hangileri doğrudur?

- ☒ I. Yansıyandır. ☒ II. Simetriktir. ☒ III. Ters-simetriktir. ☒ IV. Geçişkendir.

- A) I-IV B) I-III C) I-II-III D) I-II-IV ~~E) I-III-IV~~

$$I) \forall x \in A \quad (x, x) \in \beta$$

$$II) \forall x, y \in A \quad (x, y) \in \beta \wedge (y, x) \in \beta$$

$$III) \forall x, y \in A \quad (x, y) \in \beta \wedge (y, x) \notin \beta \Rightarrow (x, y) \in \beta \wedge (y, x) \notin \beta \Rightarrow x = y$$

$$IV) \forall x, y, z \in A \quad (x, y) \in \beta \wedge (y, z) \in \beta \Rightarrow (x, z) \in \beta$$

4) $\beta = \{(1,a), (1,b), (2,a), (3,b), (1,d)\}$ ve

$\alpha = \{(a,7), (b,2), (d,6)\}$ olmak üzere;

$\alpha \circ \beta$ bileşkesi aşağıdakilerden hangisidir?

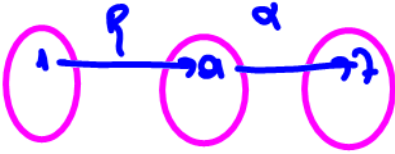
A) $\{(b,a)\}$

B) $\{(b,a), (b,d)\}$

C) $\{(1,7), (1,2), (2,7), (3,2), (1,6)\}$

D) $\{(1,7), (1,2), (2,7)\}$

E) $\{(1,7), (1,2), (2,7), (3,6)\}$



$$(1,a) \in \beta \wedge (a,7) \in \alpha \Rightarrow (1,7) \in \alpha \circ \beta$$

$$(1,b) \in \beta \wedge (b,2) \in \alpha \Rightarrow (1,2) \in \alpha \circ \beta$$

$$(2,a) \in \beta \wedge (a,7) \in \alpha \Rightarrow (2,7) \in \alpha \circ \beta$$

$$(3,b) \in \beta \wedge (b,2) \in \alpha \Rightarrow (3,2) \in \alpha \circ \beta$$

$$\alpha \circ \beta = \alpha(\beta) = \{(1,7), (1,2), (2,7), (3,2), (1,6)\}$$

5) $A = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $\wp(A)$ kuvvet kümesi üzerinde;

$\beta = \{(X,Y) \mid X = A - Y\}$ bağıntısı kaç elemanlıdır? $X \cup Y = A$

A) 3

B) 6

C) 8

D) 9

E) 2^9

$$\wp(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$

$$\beta = \{(A, \emptyset), (\emptyset, A), (\{1\}, \{2,3\}), (\{2\}, \{1,3\}), (\{3\}, \{1,2\}), (\{1,2\}, \{3\}), (\{1,3\}, \{2\}), (\{2,3\}, \{1\}), (A, A)\}$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

6) $A = \{x, y, z, t\}$ kümesi üzerinde hiçbir özelliği olmayan bir bağıntı en az kaç elemanlıdır?

- A) 6 B) 5 C) 4 ~~D) 3~~ E) 2

$$R = \{(x, y), (y, x), (x, t)\}$$

$$(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \quad x=y$$

$$(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \quad \text{ana} \quad (x, x) \notin R$$

7) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi üzerinde

$x \beta y \Leftrightarrow |x^2 - y^2| \leq 36$ bağıntısı için hangisi ya da hangileri doğrudur?

- ~~I. Yansıyan~~ II. Simetrik III. ~~Ters simetrik~~ IV. Geçişken
A) I-II B) I-III C) I-III-IV ~~D) I-II-IV~~ E) I-II-III-IV

$$|x-y| = |y-x|$$

$$I) \forall x \in A \quad \text{icin} \quad |x^2 - x^2| = 0 \leq 36$$

$$II) \forall x, y \in A \quad \text{icin} \quad |x^2 - y^2| \leq 36 \Rightarrow |y^2 - x^2| \leq 36$$

$$III) (1, 3) \in R \wedge (3, 1) \in R$$

$$IV) \forall x, y, z \in A \quad (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$$

8) $s(A) \geq 2$ olmak üzere $\beta = A \times A$ ise hangileri doğrudur?

- ~~I. β yansıyandır.~~ II. β simetriktir. III. β ters-simetriktir.

- A) I B) II ~~C) I-II~~ D) I-III E) I-II-III

$$A = \{a, b\}$$

$$A \times A = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$$

$$(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \quad \text{ters simetrik değil}$$

9) $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesi üzerinde

$\beta = \{(a,a), (b,b), (c,c), (d,d), (e,e), (f,f), (a,c), (a,f), (f,a), (f,c), (c,a), (c,f), (b,d), (d,b)\}$

bağıntısı bir denklik bağıntısı olduğuna göre kaç tane denklik sınıfı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$(x,y) \in \beta \Leftrightarrow x \equiv y$$

$$\bar{a} = \{a, c, f\} = \bar{c} = \bar{f}$$

$$\bar{b} = \{b, d\} = \bar{d}$$

$$\bar{e} = \{e\}$$

$$\bar{x} = \{y \in A \mid (x,y) \in \beta\}$$

$$\bar{a} = \{a, c, f\}$$

$$\bar{b} = \{b, d\}$$

$$\bar{e} = \{e\}$$

10) $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ kümesinin bir parçalanışı $\mathcal{A} = \{\{a,e\}, \{b,c,d\}, \{f\}, \{g\}\}$ ise $\mathcal{A}$ nın belirlediği denklik sınıfında kaç tane eleman vardır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

$$\beta = \{(a,a), (b,b), (c,c), \dots, (e,e), (a,e), (e,a), \dots\}$$

$$\{a,e\} \rightarrow 2^2 = 4$$

$$\{f\} \rightarrow 1^2 = 1$$

$$\{b,c,d\} \rightarrow 3^2 = 9$$

$$\{g\} \rightarrow 1^2 = 1$$

11) $\mathbb{R}$ de $\beta = \{(x,y) \mid x^2 + 3y = y^2 + 3x\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı ise $\bar{1} = \{y \in \mathbb{R} \mid (1,y) \in \beta\}$

- A) $\{1\}$ B) $\{1,2\}$ C) $\{-1,1\}$ D) $\{1,-2\}$ E) $\{0,1\}$

$$x = 1$$

$$1 + 3y = y^2 + 3$$

$$0 = y^2 - 3y + 2 = (y-2)(y-1)$$

$$\bar{1} = \{1, 2\} = \bar{2}$$

12) $\mathbb{R}$ de $\beta = \{ (a,b) \mid a^3 - b^3 = a - b \}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı ise $\bar{2} = \{ b \in \mathbb{R} \mid (2,b) \in \beta \}$

- A) $\{2\}$ B) $\{1,2\}$ C) $\{2,3\}$ D) $\{0,2\}$ E) $\{0,1,2\}$

$$a=2$$

$$2^3 - b^3 = 2 - b$$

$$(2-b)(4+2b+b^2) = (2-b)$$

0

$$1 \Rightarrow b^2 + 2b + 4 - 1 = 0$$

$$b^2 + 2b + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0$$

$$\bar{2} = \{2\}$$

13) $A = \{-5, -4, 0, 2, 3, 6, 7\}$ kümesi üzerinde;

$\beta = \{(x,y) \mid 3 \mid (x+2y)\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı ise $\mathcal{A}$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{7}\}$ B) $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{-4}\}$ C) $\{\bar{0}, \bar{-4}\}$ D) $\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{2}\}$ E) $\{\bar{0}, \bar{2}\}$

$$(x,y) \in \beta \Leftrightarrow 3 \mid x+2y \Leftrightarrow x+2y = 3k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\bar{0} = \{0, 3, 6\} = \bar{3} = \bar{6}$$

$$\bar{2} = \{-4, 2\} = \bar{-4}$$

$$\bar{7} = \{7, -5\} = \bar{-5}$$

$$\mathcal{A} = \{\bar{0}, \bar{-4}, \bar{7}\} \\ = \{\bar{3}, \bar{2}, \bar{-5}\}$$

14) $\mathbb{R}$ üzerinde $\beta = \{(x,y) \mid x-y \in \mathbb{Z}\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı olduğuna göre $\bar{2} = ?$

- A) $\{2\}$ B) $2\mathbb{Z}$ C) $\mathbb{Z}$ D) $\mathbb{R}$ E) $\mathbb{Q}$

$$\bar{2} = \{ y \in \mathbb{R} \mid (2,y) \in \beta \}$$

$$2-y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \quad \text{Yani: } \bar{2} = \mathbb{Z}$$

15) Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- I. 2 elemanlı bir küme üzerinde 2 tane denklik bağıntısı tanımlanabilir.
 II. 3 elemanlı bir küme üzerinde 5 tane denklik bağıntısı tanımlanabilir.
 III. 4 elemanlı bir küme üzerinde 15 tane denklik bağıntısı tanımlanabilir.

$$A = \{1, 2\} \quad \{1, 2\}$$

$$R_1 = A \times A$$

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2)\}$$

- A) I B) I-II C) I-III D) II-III ~~E) I-II-III~~

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$B \times B$$

$$\{\{1\}, \{2, 3\}\}$$

$$\{\{2\}, \{1, 3\}\}$$

$$\{\{3\}, \{1, 2\}\}$$

$$\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$$

$$\alpha = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C \times C, \underbrace{\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}}_1, \underbrace{\{\{1\}, \{2, 3, 4\}\}}_4$$

$$\underbrace{\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}}_3$$

$$\{\{1\}, \{2\}, \{3, 4\}\}$$

$$(4) \cdot \frac{2}{2} = 6$$

16) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ kümesi üzerinde;

$\beta = \{(a, b) \mid a=b \text{ veya } a+b = 12\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısı ise kaç tane farklı denklik sınıfı vardır?

- ~~A) 6~~ B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

$$T = \{b \in A \mid (1, b) \in \beta\}$$

$$\bar{1} = \{1, 11\} = \bar{11}$$

$$\bar{2} = \{2, 10\} = \bar{10}$$

$$\bar{3} = \{3, 9\} = \bar{9}$$

$$\bar{4} = \{4, 8\} = \bar{8}$$

$$\bar{5} = \{5, 7\} = \bar{7}$$

$$\bar{6} = \{6\}$$

$$A = \{\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$$

TEST-3

1) $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde verilen

$\beta=\{(1,1), (2,2), (2,3), (4,4), (5,5), (1,4), (1,3), (4,5), (3,5), (2,3), (1,5), (2,5)\}$

bağıntısı bir sıralama bağıntısıdır. Buna göre hangisi ya da hangileri doğrudur?

I. En küçük eleman 1 dir. —

II. En büyük eleman 5 dir. → maximum

III. Küçük elemanlar 1 ve 2 dir. → minimal.

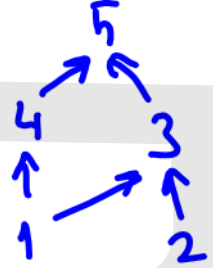
A) I

B) I-II

C) I-III

~~D) II-III~~

E) I-II-III

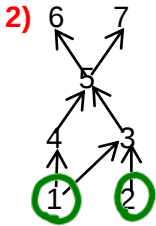


2) $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesi

üzerindeki yandaki sıralama

bağıntısına göre hangisi ya da

hangileri doğrudur?



I. A tam sıralıdır.

II. A iyi sıralıdır. ~~3, 4, 5~~

III. 1 ve 2 küçük elemanlardır. → minimal

IV. 6 ve 7 büyük elemanlardır. → maximal

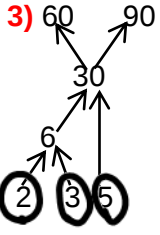
~~A) I-II-IV~~

B) I-III

C) I-II

D) I-II-III

E) I-II-III-IV



$A = \{2, 3, 5, 6, 30, 60, 90\}$ kümesi
üzerindeki sıralama bağıntısı
şekildeki gibidir.

Buna göre hangisi yanlıştır?

- A) Küçük elemanlar 2, 3, 5 tir. +
B) Büyük elemanlar 60, 90 dir. +
C) Tam sıralıdır. ✗
D) İyi sıralı değildir. +
E) En büyük eleman yoktur. +

maximum yok
minimum yok

maximal $K = \{60, 90\}$

minimal $K = \{2, 3, 5\}$

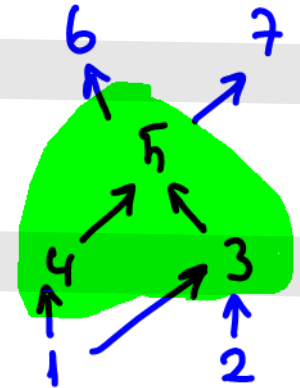
4) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ve $B = \{3, 4, 5\}$ olmak üzere;

A üzerinde;

$\beta = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (3,5), (3,6), (3,7), (4,5), (4,6), (4,7), (5,6), (5,7), (2,3), (2,5), (1,6), (2,7)\}$ sıralama bağıntısı veriliyor.

Buna göre hangisi yanlıştır?

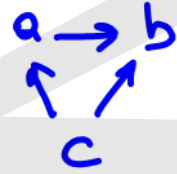
- A) A'nın minimal elemanları $\{1, 2\}$ dir. +
B) A'nın maksimal elemanları $\{6, 7\}$ dir. +
C) B'nin alt sınırları $\{1, 2\}$ dir. ✗ {1}
D) B'nin üst sınırları $\{5, 6, 7\}$ dir.
E) $\sup B = 5$ ve $\inf B = 1$ dir.



5) A kısmi sıralı bir küme ve $B \subset A$ olsun. Hangisi ya da hangileri doğrudur?

- I. A iyi sıralı ise B nin en küçük elemanı ile infimumu aynı elemandır.
II. A tam sıralı ise B nin maksimal elemanı ile maksimumu aynı elemandır.
III. A tam sıralı ise B nin minimal elemanı ile minimum elemanı aynıdır.

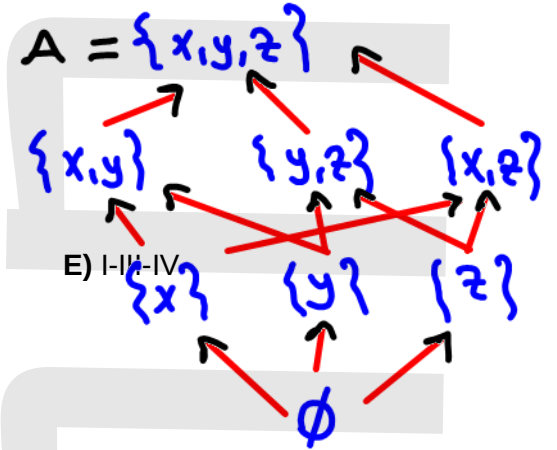
A) I B) I-II C) I-III D) II-III ~~E) I-II-III~~



6) $A = \{x, y, z\}$ kümesi veriliyor. $(\wp(A), \leq)$ kısmi sıralama bağıntısına göre hangisi ya da hangileri doğrudur?

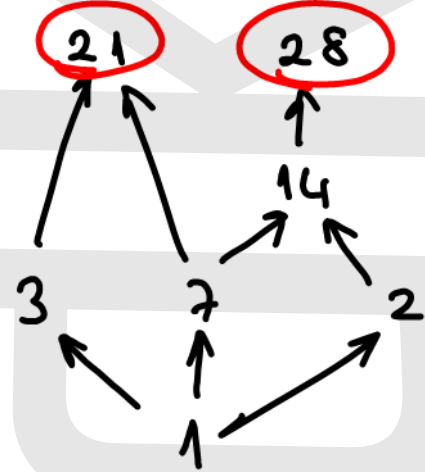
- ~~I. A tam sıralıdır.~~
~~II. A iyi sıralıdır.~~
III. A da en küçük eleman $\emptyset$ dir.
IV. A da en büyük eleman A dır.

A) I-II ~~B) III-IV~~ C) I-III D) II-IV



7) $A=\{1, 2, 3, 7, 14, 21, 28\}$ kümesi üzerinde $\beta=\{(x,y) \mid x|y\}$ bağıntısı bir sıralama bağıntısıdır. Buna göre hangisi doğrudur?

- A) En büyük eleman 28 dir.
 B) Küçük elemanlar 1 ve 2 dir.
 C) A iyi sıralıdır.
 D) A tam sıralıdır.
 E) Büyük elemanlar 21 ve 28 dir.



8) $\mathbb{Z}$ de aşağıdaki bağıntılardan hangisi ya da hangileri sıralama bağıntısıdır?

I. $\beta=\{(x,y) \mid x-y \leq 0\}$

II $x \leq y$ $(x,y) \in \beta$ $(y,x) \notin \beta$

II $\beta=\{(x,y) \mid x|y\}$

III) $3|-3$ $\wedge$ $-3|3$ $3 \nmid -3$

III. $\beta=\{(x,y) \mid x=y\}$

A) I

B) I-II

C) I-III

D) II-III

E) I-II-III

III)

$(x,x) \in \beta$ $x=x$

$(x,y) \in \beta \wedge (y,x) \in \beta$ $x=y \Leftrightarrow y=x$

$(x,y) \in \beta \wedge (y,z) \in \beta \Rightarrow (x,z) \in \beta$

$x=y \wedge y=z \Rightarrow x=z$

9) $(A, \leq)$ sıralı bir küme olmak üzere hangisi ya da hangileri doğrudur?

I. A da bir büyük eleman vardır.

$A = \mathbb{Z} \rightarrow$ maximal, minimal

II. A da en büyük eleman varsa bu tektir.

maximum, minimum

III. A iyi sıralı ise tam sıralıdır.

olmak zorunda
değil

A) I

B) II

C) III

D) II-III

E) I-II-III



10) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20\}$ kümesi üzerinde bölünebilme bağıntısı verilmiş olsun.

Buna göre aşağıdaki kümelerden hangisinin eküs'ü yoktur?

A) $\{3, 5\}$

B) $\{5, 10\}$

C) $\{4, 5\}$

~~D) $\{10, 15\}$~~

E) $\{10, 20\}$

↓

eküs $A = 15$

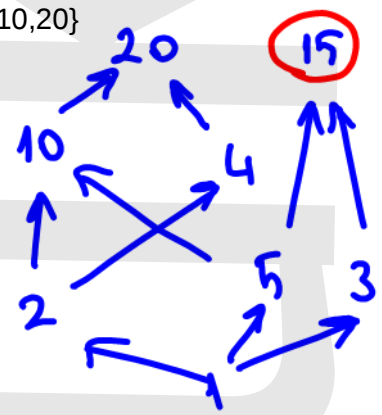
↓

eküs $B = 10$

||

eküs $C = 20$

406



11) $A = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $\mathcal{P}(A)$ kuvvet kümesinde;

$X \Delta Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ işlemine göre $\{1, 2\}$ kümesinin tersi nedir?

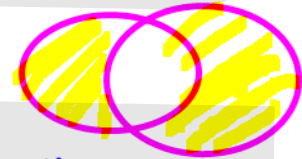
A) $\emptyset$

B) $\{1, 2, 3\}$

C) $\{3\}$

~~D) $\{1, 2\}$~~

E) $\{1\}$



$\emptyset \in \mathcal{P}(A)$ ve $\forall x \in \mathcal{P}(A)$

$\emptyset \rightarrow$ birim eleman.

$$x \Delta x = (x \setminus x) \cup (x \setminus x) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$$

$$x \Delta \emptyset = \emptyset \Delta x = x$$

12) $\mathbb{Q} \setminus \{1\}$ kümesinde $a * b = a + b - a.b$ bağıntısıyla tanımlı işlem için hangileri doğrudur?

I. Birleşme özelliği vardır.

II. Değişme özelliği vardır. $\Rightarrow a * b = b * a$

III. Birim elemanı vardır.

A) I

B) II

C) I-III

D) II-III

E) I-II-III

$$\text{I) } (a * b) * c = a * (b * c)$$

$$(a + b - a.b) * c = a * (b + c - b.c)$$

$$\cancel{a + b} - \cancel{a.b} + \cancel{c} - \cancel{a.c} - \cancel{b.c} + a.b.c = \cancel{a + b + c} - \cancel{b.c} - \cancel{a.b} - \cancel{a.c} + a.b.c$$

$$\text{II) } a * b = b * a$$

$$a + b - a.b = b + a - b.a$$

$$\text{III) } a * b = a + b - a.b \Rightarrow a * e = a + e - a.e = a$$
$$e(1 - a) = 0$$
$$\underline{e = 0}$$

13) 4 elemanlı bir küme üzerinde kaç tane işlem tanımlanabilir?

A) 4^4

B) 4^8

C) 4^{12}

D) 4^{16}

E) 4^{32}

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$s(A) = 4$$

$$s(A \times A) = s(A).s(A) = 16$$

$$\underbrace{A \times A}_{16} \rightarrow \underbrace{A}_4$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 4^{16}$$

$$A \rightarrow B \quad \textcircled{B^A}$$

14) 4 elemanlı bir küme üzerinde kaç tane değişmeli işlem yazılabilir?

A) 4^4

B) 4^6

C) 4^8

~~D) 4^{10}~~

E) 4^{12}

$s(A) = 4$

(x, x)

4 tane

$s(A \times A) = 16$

$(x, y), (y, x) \rightarrow 6$ paket

12 tane

değişmeli:
 $(x, y) (y, x)$

10 tane

10 elemanlı künden 4 elemanlı kineye
 4^{10}

15) $(\mathbb{Z}_5, +)$ kümesinde $(3x-1)(2x+3)=0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

A) $\{1\}$

B) $\{2\}$

~~C) $\{1, 2\}$~~

D) $\{0, 1\}$

E) $\{0, 2\}$

$(3x-1)(2x+3)=0$

$3x-1=0$ ✓
 $2 \cdot 3x = 1 \cdot 2$ ✓

$x=2$

$2x+3=0$

$3 \cdot 2x = 2 \cdot 3$
 $x \equiv 0 \equiv 1$

C.K = $\{1, 2\}$

TEST-4

1) 7^{162} sayısının birler ve onlar basamağındaki rakamlar toplamı nedir?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

$$7^{162} \equiv x \pmod{100} \quad (7, 100) = 1$$

$$7^{\varphi(100)} \equiv 1 \Rightarrow 7^{40} \equiv 1 \quad 7^{162} = 7^{160} \cdot 7^2 \equiv 49 \rightarrow 4+9=13$$

$$100 = 5^2 \cdot 2^2 \rightarrow \varphi(100) = (5^2 - 5)(2^2 - 2) = 20 \cdot 2$$

2) 5^{2012} sayısı 11 tabanında yazılırsa birler basamağında hangi rakam vardır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 9

$$5^{2012} \equiv x \pmod{11}$$

$$5^{\varphi(11)} = 5^{10} \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5^{2012} \equiv x \pmod{11} \\ 5^{\varphi(11)} = 5^{10} \equiv 1 \pmod{11} \end{array} \right\} 5^{2012} = 5^{2010} \cdot 5^2$$
$$1 \cdot 25 \equiv 3 \pmod{11}$$

3) $5^{(7^{26})} \equiv ? \pmod{17}$

- A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

$$5^{16} \equiv 1 \pmod{17}$$

$$7^{26} \equiv x \pmod{16}$$

$$(7, 16) = 1$$

$$7^{\varphi(16)} \equiv 7^8 \equiv 1$$

$$7^{26} = (7^8)^3 \cdot 7^2 \equiv 49 \equiv 1 \pmod{16}$$

$$5^{(7^{26})} = 5^1$$

4) $38! + 39! + 40! + 41! + 42! \equiv ? \pmod{41}$

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 28

$$41! \equiv 0 \equiv 42! \pmod{41}$$

$$40! \equiv -1 \pmod{41}$$

$$39! \equiv x \pmod{41}$$

$$38! \equiv y \pmod{41}$$

$$39! \rightarrow 40 \cdot 39! \equiv -1 \Rightarrow 39! \equiv 1 \pmod{41}$$

$$38! \rightarrow 40 \cdot 39 \cdot 38! \equiv -1$$

$$38! = \frac{-1 + 41}{2} = \frac{40}{2} = 20 = y$$

$$x + y - 1 = 1 + 20 - 1 \equiv 20$$

5) $1^{13} + 2^{13} + 3^{13} + \dots + 12^{13} \equiv ? \pmod{13}$

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

$p \text{ asal} \Rightarrow a^p \equiv a \pmod{p}$

$1+2+3+4+\dots+12 = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$

$78 \equiv 0 \pmod{13}$

$\frac{2 \cdot 401}{11^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 11^3 + 12^3}$

$11^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 11^3 + 12^3$
 $\downarrow$
 $(-1)^3$
 $(-2)^3$

$0 + 0 + \dots + 0$

6) $1^6 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + 5^6 + 6^6 + 7^6 + 8^6 \equiv ? \pmod{9}$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$(1,9) = (2,9) = (4,9) = (5,9) = (7,9) = (8,9) = 1$
 $1^{\phi(9)} = 2^{\phi(9)} = 4^{\phi(9)} = 5^{\phi(9)} = 7^{\phi(9)} = 8^{\phi(9)} = 1$ } $\phi(9) = 6$

$1+1+0+1+1+0+1+1 = 6$

7) $1^{47} + 3^{47} + 5^{47} + 12^{47} + 15^{47} + 20^{47} + 22^{47} \equiv ? \pmod{23}$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$22 \equiv -1$

$20 \equiv -3$

$18 \equiv -5$

$12^{47} \equiv x \pmod{23}$

$12^{22} \equiv 1$

$12^{47} \equiv 12^{44} \cdot 12^3 \equiv 1 \cdot 12^3 \equiv 12^3 \pmod{23}$
 $12^3 = 1728 \equiv 3 \pmod{23}$

$\frac{144 \cdot 12^3}{12^3} = 6$

$12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$
 $\downarrow$
 $6 \cdot 12 = 72$

8) Aşağıdakilerden hangileri a, b, c tamsayıları için her zaman doğrudur?

I) $a|c$ ve $b|c \Rightarrow a \cdot b|c$

II) $a|b$ ve $b|a \Rightarrow a = b$

III) $a_1|b_1$ ve $a_2|b_2 \Rightarrow a_1 \cdot a_2|b_1 \cdot b_2$

- A) I B) II C) III D) I-III E) II-III

I) $(a,b)=1$

$2|6 \wedge 3|6 \Rightarrow 2 \cdot 3|6$

$4|8 \wedge 8|8 \Rightarrow 32 \nmid 8$

II) $a|b \wedge b|a \Rightarrow |a|=|b|$

III) $\frac{b_1}{a_1} = k \Rightarrow b_1 = a_1 \cdot k$
 $\frac{b_2}{a_2} = t \Rightarrow b_2 = a_2 \cdot t$

$b_1 \cdot b_2 = a_1 \cdot a_2 \cdot k \cdot t$
 $\frac{b_1 \cdot b_2}{a_1 \cdot a_2} = k \cdot t \in \mathbb{Z}$

9) Aşağıdakilerden hangileri tamsayılar için daima doğrudur?

I. $(a, b.c) = 1 \Rightarrow (a, b) = 1$ ve $(a, c) = 1$ ✓

II. $a|b.c \Rightarrow a|c$

III. $a \nmid b$ ve $a \nmid c \Rightarrow a \nmid (b+c)$

IV. $a \nmid b$ ve $a \nmid c \Rightarrow a \nmid b.c$

A) I B) I-II C) I-IV D) I-II-IV E) II-III-IV

$(a, b) = 1$

$2 \nmid 4.3$

ama $2 \nmid 3$

$5 \nmid 3$

$5 \nmid 2$

$5 \nmid (3+2)$

$4 \nmid 2$

ve

$4 \nmid 2$

ama $4 \nmid 2.2$

10) Aşağıdakilerden hangileri daima doğrudur?

I. $a|b.c$ ve $a \nmid b \Rightarrow a|c$

$(a, b) = 1$

$a|c$ olur.

II. $(a, -b) = (-a, -b) = d(\text{obeb})$

$4 \nmid (2.2)$

ve $4 \nmid 2$ iken $4 \nmid 2$

III. $m \neq 0, (m.a, m.b) = m(a, b)$

A) I B) II C) III D) I-II E) II-III

$(m.a, m.b) = |m|. (a, b)$

11) $a, b, c \in \mathbb{Z}$ için hangileri daima doğrudur?

I. $a^n | b^n \Rightarrow a | b \ (n \in \mathbb{Z}^+)$

✓

I) $\frac{4^3}{2^3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{4}{2} \in \mathbb{Z}$

II. $a | b^3 \Rightarrow a | b$

II) $8 | 2^3$ ama $8 \nmid 2$

III. $a \nmid b$ ve $a | c \Rightarrow a \nmid (b - c)$

A) I

B) II

C) III

4) I-III

E) II-III

III) $a | b - c$

$\frac{b-c}{a} = k \Rightarrow b-c = a \cdot k$
 $a \nmid b$

12) a ve b tamsayıları için hangileri her zaman doğrudur?

I. $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$

$(a, b) \cdot [a, b] = |a \cdot b|$

II. $(a, b) \leq |b| \leq [a, b]$

$(6, 12) = 6 \leq 12 = [6, 12]$

III. $(a, b) = [a, b] \Rightarrow a = b$

$(a, b) = [a, b] \Rightarrow |a| = |b|$

A) I

4) II

C) III

D) I-II

E) II-III

↓
 $(6, -6) = [6, -6]$
 $6 \neq -6$

13) a, b ve c tamsayıları için hangileri her zaman doğrudur?

I. $a | b \cdot c \Rightarrow a | b$ ya da $a | c$

→ $6 | 4 \cdot 3$ ama $6 \nmid 4 \wedge 6 \nmid 3$

II. $x^2 | y^2$ ve $y^2 | z^2 \Rightarrow x | z$

→ $x^2 | y^2 \Rightarrow x | y$, $y^2 | z^2 \Rightarrow y | z$

III. $4 | (a^2 + b^2) \Rightarrow b$ çifttir.

$x | y \wedge y | z \Rightarrow x | z$

A) I

4) II

C) III

D) I-III

E) II-III

1.d) $a^2 + b^2$, 4 ün katıdır.
 a^2 çift $\Rightarrow a$ çift
 b^2 " $\Rightarrow b$ çift

2.d) a^2 tek $\Rightarrow a$ tek
 b^2 " $\Rightarrow b$ tek

14) a ile b aralarında asal sayılar olmak üzere hangileri her zaman doğrudur?

I. $(4a, b) = 1$

$a = 3, b = 4 \quad (12, 4) = 4 \neq 1$

II. $(a + b, a - b) = 1$

$\Rightarrow (8, 2) = 2$

III. $(a - b, a \cdot b) = 1$

A) I

B) II

C) III

D) I-III

E) II-III

4

15) $(180, x) = 4$ ve $x < 180$ olacak şekilde kaç x sayma sayısı vardır?

A) 16

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

~~$4 \cdot (45, \frac{x}{4}) = 4$~~

$(45, \frac{x}{4}) = 1$
 a

$\varphi(45) = 6 \cdot 4 = 24$
 $3^2 \cdot 5$

16) $A = \{n \in \mathbb{N}^+ \mid 10 \leq n < 120, (120, n) \neq 1\}$ kümesinin eleman sayısı nedir?

A) 76

B) 77

C) 78

D) 79

E) 80

$10, 11, 12, \dots, 119$

$\rightarrow T.S = 119 - 10 + 1 = 110$ sayı var.

$\varphi(120) = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ 1 ve 7
 $12 \cdot 10 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
 $32 - 2 = 30$

$\frac{110}{30}$
 $- \frac{30}{80}$

17) Aşağıda verilenlerden hangileri kesinlikle doğrudur?

I. $b \neq 0$ tamsayısı için $0 \nmid b$

$b = 0 \cdot c \quad c \in \mathbb{Z}$

II. $a|b \Rightarrow a \leq b$

$5|-5 \quad 5 \leq -5$

III. $a|b$ ve $a|c \Rightarrow a|(b + c)$

$a|b \Rightarrow \frac{b}{a} = t \in \mathbb{Z}$

$a|c \Rightarrow \frac{c}{a} = k \in \mathbb{Z}$

$\frac{b+c}{a} = (k+t) \in \mathbb{Z}$

A) I

B) II

C) III

D) I-III

E) II-III

4

TEST-5

1) Verilenlerden hangileri daima doğrudur?

I. $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a^k \equiv b^k \pmod{n} \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$

II. $a \cdot b \equiv 0 \pmod{n} \Rightarrow a \equiv 0$ veya $b \equiv 0 \pmod{n}$

III. $2x \equiv 4y \pmod{n} \Rightarrow x \equiv 2y \pmod{n}$

A) I B) II C) III D) I-III E) I-II-III

I) $2 \equiv 7 \pmod{5} \quad 2^2 \equiv 7^2 \pmod{5}$
 $4 \equiv 4$

II) $2 \cdot 3 \equiv 0 \pmod{6} \quad 2 \not\equiv 0$
 $3 \not\equiv 0$

III) $2x \equiv 4y$

$x \equiv 2y \pmod{\left(\frac{n}{(2,n)}\right)}$

$6x \equiv 12 \pmod{15}$

$x \equiv 2 \pmod{\left(\frac{15}{(6,15)}\right)} = \pmod{5}$

2) $\{m: 1 \leq m < n, (m, n) = 1\}$ kümesinin eleman sayısı $\varphi(n)$ olarak tanımlanır. Buna göre verilenlerden kaç tanesi kesinlikle doğrudur?

I. $\varphi: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ olmak üzere φ fonksiyonu 1-1 değildir

II. p asal, $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ için $\varphi(p^\alpha) = p^\alpha - p^{\alpha-1}$

III. a ile b aralarında asal ise $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$

IV. $n \in \mathbb{Z}^+$ için n yi bölen her d pozitif tamsayılarının $\varphi(d)$ toplamı n dir. Yani $\sum_{d|n} \varphi(d) = n$

V. $\varphi(n)$ sonucu her zaman çift sayıdır.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I) $\varphi(1) = \varphi(2) = 1$ $\wedge > 2$

I) $\varphi(3) = 2 \quad \varphi(4) = 2$

III) $\varphi(10) = \varphi(5) \cdot \varphi(2) = 4 \cdot 1$

IV) $\varphi(1), \varphi(2), \varphi(3), \varphi(6)$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $1 + 1 + 2 + 2 = 6$

3) Aşağıdakilerden hangileri $\varphi(n)$ değeri olamaz?

I. 18 II. 14 III. 13

A) I B) II C) III D) I-III E) II-III

I) $\varphi(19) = 18$

II) $\varphi(a \cdot b) = 14 \quad (a, b) = 1$

$\varphi(a) \cdot \varphi(b) = 2 \cdot 7$

$\downarrow$
 $\varphi(b)$

III) $\varphi(n) = 13$ tek sayı olma.

4) $\varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(4) + \varphi(6) + \varphi(9) + \varphi(12) + \varphi(18) + \varphi(36)$ toplamı nedir?

- A) 36 B) 34 C) 30 D) 28 E) 24

$$\begin{aligned}\varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(4) + \varphi(6) + \varphi(9) + \varphi(12) + \varphi(18) + \varphi(36) &= 36 - \varphi(1) \\ &= 36 - 2 \\ &= 34\end{aligned}$$

5) 100 den küçük olup 100 ile aralarında asal olmayan pozitif tamsayıların toplamı nedir?

- A) 2950 B) 3150 C) 3050 D) 3450 E) 3750

$$\begin{aligned}\frac{100 \cdot \varphi(100)}{2} &= 50 \cdot (25-5) \cdot (4-2) = 50 \cdot 40 \\ 1+2+3+\dots+99 &= \frac{99 \cdot 100}{2} = 50 \cdot 99\end{aligned}$$

$50 \cdot 99 - 50 \cdot 40 = 50(99-40) = 2950$

6) Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $(a, n) = 1 \Rightarrow b \cdot a^{3\varphi(n)} \equiv b \pmod{n}$

II. p asal ise: $2(p-1)! \equiv p-2 \pmod{p}$

III. $a|b^2 \Rightarrow a|b$

- A) I B) II C) III D) I-II E) I-III

I) $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

b. $(a^{\varphi(n)})^3 \equiv 1 \cdot b \Rightarrow b \cdot a^{3\varphi(n)} \equiv b$

II) $2(p-1)! \equiv -1 \cdot 2 \Rightarrow 2(p-1)! \equiv p-2$

III) $16|4^2$ ama $16 \nmid 4$

7) $A = \{x \in \mathbb{N}^+ : (72, x) = 1, x < 72\}$ kümesinin elemanlarının toplamı nedir?

- A) 720 B) 820 C) 864 D) 960 E) 1024

$$\frac{n \cdot \varphi(n)}{2} = \frac{72 \cdot \varphi(72)}{2} = \frac{72 \cdot 24}{2} =$$

$$\begin{aligned}\varphi(72) &= 72 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= 72 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = 72 \cdot \frac{1}{2} = 36\end{aligned}$$

8) $x \equiv 3 \pmod{4}$

$x \equiv 4 \pmod{5}$ sistemini sağlayan en küçük iki basamaklı negatif tamsayı ile iki basamaklı en büyük pozitif tamsayının toplamı nedir?

- A) 32 B) 22 C) 18 D) 12 E) -10

$$\begin{cases} x \equiv 4a+3 \\ x \equiv 5b+4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4a+3 &= 5b+4 \\ 4+4a &= 5b+1+4 \\ 4(a+1) &= 5(b+1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \equiv 19 \pmod{4} \\ x \equiv 19 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -81 &\leftarrow -1 \leftarrow 19 \rightarrow \rightarrow 99 \\ 99 - 81 &= 18 \end{aligned}$$

9) $124 \equiv 4 \pmod{m+2}$ olacak şekilde kaç $m \in \mathbb{Z}^+$ vardır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

$$120 \equiv 0 \pmod{m+2}$$

$$120 = 12 \cdot 10$$

$$= 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{p.b.s} = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$\begin{aligned} m+2 &= 1 \\ m+2 &= 2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} m &= -1 \\ m &= 0 \end{aligned}$$

$$16 - 2 = 14$$

10) $1^{17} + 2^{17} + 3^{17} + 4^{17} + 5^{17} + 6^{17} \equiv ? \pmod{17}$

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 7 E) 9

$$\begin{aligned} 1^{17} + 2^{17} + 3^{17} + 4^{17} + 5^{17} + 6^{17} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1^{17} &= 1 \\ 2^{16} &\equiv 1 & 2^{17} &= 2 \cdot 2^{16} = 2 \\ 3^{16} &\equiv 3 & 3^{17} &= 3 \cdot 3^{16} = 3 \end{aligned}$$

11) Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $(a, a+1) = 1$

II. $[a, b, c] = 75$ ise $a + b + c$ çifttir.

III. $(a, a+2) = 1 \Rightarrow a \cdot (a+2)$ tektir.

- A) I B) II C) III D) I-III E) II-III

III) $(a, a+2) = 1$

$$[a, b, c] = 75$$

a → tek
b → tek
c → tek

a ve a+2 tek.

$$a \cdot (a+2) = \text{tek}.$$

12) $3x \equiv 9 \pmod{6}$ sağlayan en büyük iki negatif tamsayının toplamı nedir?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -4 E) -3

$\cancel{3}x \equiv \cancel{9} \pmod{6}$
 $x \equiv 3 \pmod{\left(\frac{6}{(6,3)}\right)} = \pmod{2}$
 $x \equiv 3 \pmod{2}$
 $x \equiv 1 \pmod{2}$
 $-1, -3$

13) $4x - 2 \equiv 4 \pmod{10}$

denkleğini sağlayan en büyük iki negatif tamsayının toplamı nedir?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -5

$4x \equiv 6 \pmod{10}$
 $2x \equiv 3 \pmod{\left(\frac{10}{(4,2)}\right)} = \pmod{5}$
 $3 \cdot 2x \equiv 3 \cdot 3 \pmod{5}$
 $6x \equiv \boxed{x \equiv 4} \Rightarrow x \equiv -1$
 $x \equiv -6$

14) $\mathbb{Z}/_{36}$ için $\overline{1}^{101} + \overline{3}^{101} + \overline{5}^{101} + \overline{7}^{101} + \overline{9}^{101} + \overline{11}^{101} = ?$

- A) $\overline{23}$ B) $\overline{10}$ C) $\overline{8}$ D) $\overline{6}$ E) $\overline{0}$

$35^{-1} = 1$
 $35 \equiv -1 \pmod{36}$

15) $\mathbb{Z}/_8$ de karekökü olmayan sayıların toplamı nedir?

- A) $\overline{7}$ B) $\overline{6}$ C) $\overline{5}$ D) $\overline{4}$ E) $\overline{3}$

$\overline{0}^2 = \underline{0}, \overline{1}^2 = \underline{1}, \overline{2}^2 = \underline{4}, \overline{3}^2 = \underline{1}, \overline{4}^2 = \underline{0}$
 $\overline{5}^2 = \underline{1}, \overline{6}^2 = \underline{4}, \overline{7}^2 = \underline{1}$
 $\overline{2} + \overline{3} + \overline{5} + \overline{6} + \overline{7} = 7$

16) $68 \equiv n \pmod{(n+4)}$ ise n yerine kaç pozitif tamsayı gelir?

- A) 12 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$68 + 4 \equiv n + 4 \pmod{(n+4)}$
 $72 \equiv 0 \pmod{(n+4)}$

$72 = 2^3 \cdot 3^2 \rightarrow p.b.s = 4 \cdot 3 = 12$
 $n+4 \rightarrow \boxed{1, 2, 3, 4}$
 $12 - 4 = 8$

SOYUT MATEMATİK ETÜT

$A = \{1, 2\}$ kümesi için $\mathcal{P}(A)$ kuvvet kümesi üzerinde tanımlı $\beta = \{(X, Y) | X \subseteq Y\}$ bağıntısına göre aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri doğrudur? $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

- I. A, β ile sıralı bir kümedir
- II. A, β ile iyi sıralı bir kümedir.
- III. A, β ile tam sıralı bir kümedir.

✓ Yanıyan $\emptyset \subset \emptyset$
 $\{1\} \subset \{1\}$
 $\{2\} \subset \{2\}$
 $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$
 Sıralı değil $\emptyset \subset \{1\}$
 $\{1\} \subset \{2\}$
 $\{1, 2\} \subset \emptyset$
 Ters Sıralı. Geri Sıralı

$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi üzerinde tanımlı

$x \sim y \Leftrightarrow (y | x)$ bağıntısına göre küçük (minimal) elemanlar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

Küçük (minimal)
 Kısmi sıralı bir kümeye bir elemanla önce başka bir eleman gelmiyorsa o eleman küçük demir.
 Küçük elemanlar = $\{4, 5, 6\}$

$A = \{3, 5, 6, 15\}$ kümesi üzerinde tanımlı $(x | y)$ sıralama bağıntısına göre iki elemanlı altkümelerden kaç tanesinin infimumu (ebas) vardır? $\binom{4}{2} = 6$ adet

$\{3, 5\}, \{3, 15\}, \{3, 6\}, \{5, 6\}, \{5, 15\}$ ve $\{6, 15\}$
 $B = \{3, 15\}$ ebas $B = 3$
 $C = \{3, 6\}$ ebas $C = 3$
 $D = \{5, 15\}$ ebas $D = 5$
 $E = \{6, 15\}$ ebas $E = 3$

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$A = \{x | x, 24 \text{ ün pozitif böleni}\}$ kümesi

üzerinde $\beta = \{(x, y) : x | y\}$ sıralama bağıntısı

verilsin. Buna göre $B = \{6, 8\}$ kümesinin

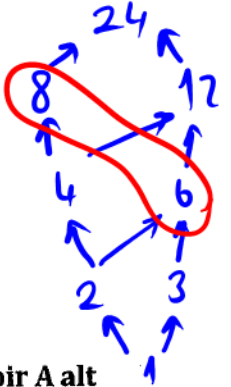
ebas(B) ve eküs(B) aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir.

Alt s.k = $\{2, 1\}$

ebas B = 2

üst s.k = $\{24\}$

eküs B = 24



Eğer kısmi sıralı bir X kümesinin bir A alt kümesinin her eleman çifti bu bağıntıya göre karşılaştırılabilirse A ya X de bir zincir denir.

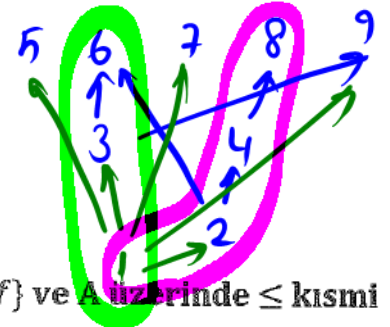
$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesi üzerinde bir

kısmi sıralama bağıntısı, $x \sim y \Leftrightarrow x | y$ ise

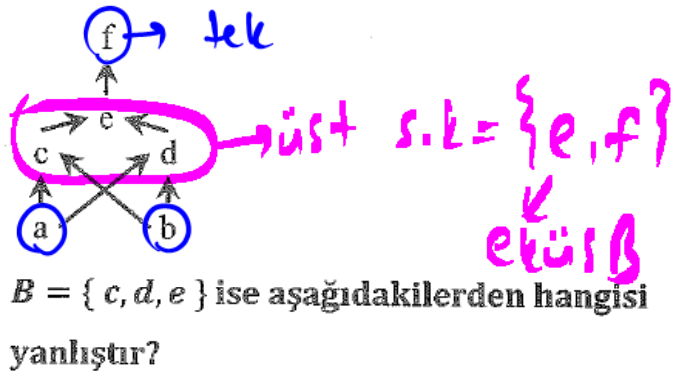
aşağıdaki kümelerden hangisi X de bir zincirdir?

Kendi içinde tam sıralı.

$\{1, 2, 4, 8\}$



$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ve A üzerinde $\leq$ kısmi sıralama bağıntısı aşağıdaki gibi verilsin.



✓ A) a ile b, A kümesinin küçük elemanlarıdır.

✓ B) f, A kümesinin en büyük elemanıdır.

✓ C) A kümesi iyi sıralı değildir. → a ile b karşılaştırılmıyor

✓ D) A kümesi tam sıralıdır.

✓ E) $\inf(B) = \text{yok}$ ve $\sup(B) = e$ dir.

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ kümesinde $x \leq y \Leftrightarrow x \mid y$ bağıntısına göre büyük elemanlar nedir?

Büyük (maksimal)

Kısmi sıralı bir kmede bir elemandan sonra başka bir eleman gelmiyorsa ona büyük denir.

Büyük elemanlar = $\{6, 8, 10\}$

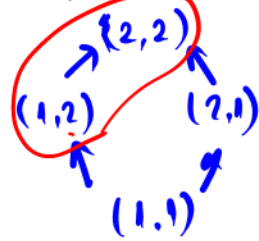
$A = \{1, 2\}$ kümesi veriliyor. $A \times A$ üzerinde

$(x, y) \sim (z, t) \Leftrightarrow (x \mid z) \wedge y \leq t$ bağıntısına göre

$A \times A$ nın küçük elemanlarını bulunuz.

$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

Küçük elemanlar $\{(1, 1)\}$



16! sayısının 19 ile bölümünden kalan kaçtır?

Wilson Teo: $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$

$18! \equiv -1 \pmod{19} \Rightarrow 18 \cdot 17 \cdot 16! \equiv -1 \pmod{19}$

$$\begin{aligned} & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ & -1 \quad -2 \cdot 16! \equiv -1 \pmod{19} \\ & 16! \equiv \frac{-1}{-2} = \frac{-1}{10} = -10 \equiv 9 \pmod{19} \end{aligned}$$

21⁵⁸ sayısının 29 ile bölümünden kalan kaçtır?

$(21, 29) = 1$ 29 asal old. dan

$$\begin{aligned} 21^{28} & \equiv 1 \pmod{29} \\ 21^{58} & = 21^{56} \cdot 21^2 \equiv 1 \cdot 21^2 = 441 \equiv 35 \pmod{29} \end{aligned}$$

31⁷⁵ sayısının 35 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{aligned} (31, 35) & = 1 \\ 31^{35} & \equiv 1 \pmod{35} \\ 31^{75} & = 31^{72} \cdot 31^3 \equiv 1 \cdot (-4)^3 = -64 \equiv 6 \pmod{35} \end{aligned}$$

Aşağıdaki yargılardan kaç tanesi doğrudur?

- ☒ I. π cebirsel bir sayıdır. — π , transandant.
- ☒ II. $\sqrt{2}$ transandant bir sayıdır. — $\sqrt{2}$ cebirsel.
- ☒ III. $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ ve e transandant sayılardır.
- ☒ IV. Her transandant sayı irrasyoneldir.
- ☒ V. Her reel sayı transandant sayıdır. — $\sqrt{2}$ cebirsel.

$$\left[\exists x \in \mathbb{R}, (x^2 - 2x + 5 \geq 0) \right] \Rightarrow \left[\forall x, (3x - 4) < 0 \right]$$

önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

$$a \Rightarrow b \equiv b' \Rightarrow a' \quad / \quad a \Rightarrow b \equiv a' \vee b$$

$$[\forall x, (3x - 4) < 0]' \Rightarrow [\exists x \in \mathbb{R}, (x^2 - 2x + 5) \geq 0]$$

$$[\exists x, (3x - 4) \geq 0] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 5 < 0]$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}, (x^2 - 2x + 5) < 0] \vee [\forall x, (3x - 4) < 0]$$

$$\beta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 3x = y^2 - 3y\}$$

Denklik bağıntısında 1 in denklik sınıfındaki elemanların çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} x \in A :& \text{ } \bar{x} = \{y \in A \mid (x, y) \in \beta\} \\ x=1 :& \quad 1-3 = y^2-3y \Rightarrow y^2-3y+2=0 \\ & \quad y=2, y=1 \end{aligned}$$

$$\bar{1} = \{1, 2\} = \bar{2}$$

Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri her zaman doğrudur?

- ☒ I. Sayılabilir sonsuz bir kümenin her alt kümesi sonlu yada sayılabilir sonsuz olmayabilir.
- ☒ II. Sayılabilir sonsuz kümeden sonlu bir alt küme çıkarılırsa tekrar sayılabilir sonsuz bir küme elde edilir.
- III. Sonlu veya sayılabilir sonsuz sayıda sayılabilir sonsuz kümenin birleşimi de sayılabilir sonsuz.

$$\text{I)} \quad \emptyset \quad \text{II)} \quad \emptyset - \{3, 4\}$$

$$\text{III)} \quad A \cup B \cup C \dots \cup \dots \rightarrow \text{sayılabilir.}$$

$$A \times B \dots \text{sayılabilir.}$$

soyut matematik etüt

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlanan aşağıdaki önermelerin hangisinin doğruluk değeri 0'dır?

- A) $\exists x, \forall y, x^3 < y + 1$ D) $\exists x, \forall y, x^3 + y < 6$
 B) $\forall x, \exists y, x^2 < y^2 + 1$ E) $\exists x, \exists y, x^2 + 2y < 4$
 C) $\forall x, \exists y, x^2 + y^2 < 17$

$x^2 + y^2 < 17$

$x=4, y=1$
 $16+1 < 17$

2. I. Z iyi sıralıdır. II. Q iyi sıralıdır. III. N iyi sıralıdır.

Yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

iyi sıralı: Boştan farklı her alt kümenin en küçük elemanı varsa bu küneye iyi sıralıdır.
 Doğru III.

3. Z tamsayılar kümesinde tanımlanan hangi işlemin değişme özelliği vardır? ($a, b \in Z$ için)

- A) $a * b = a + b - 2$
 B) $a * b = a - b$
 C) $a * b = 2a + b - 1$
 D) $a * b = a - 3b + 2$
 E) $a * b = 2a + 3b$

$a * b = b * a$
 $a + b - 2 = b + a - 2$
 $a + b = b + a$

4. I. Q da $a * b = ab + 2$ işleminin birleşme özelliği yoktur.

- II. Q da $a * b = a^2 + b^2$ işleminin birleşme özelliği yoktur.

- III. Q da $a * b = \frac{a \cdot b}{2}$ işleminin birleşme özelliği yoktur.

Yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $(a * b) * c = a * (b * c)$
 $(ab + 2) * c = a * (bc + 2)$
 $abc + 2c + 2 = abc + 2a + 2 \Rightarrow a \neq c$
 II. $(a * b) * c = a * (b * c)$
 $(a^2 + b^2) * c = a * (b^2 + c^2)$
 $(a^2 + b^2)^2 + c^2 \neq a^2 + (b^2 + c^2)^2$
 III. $(a * b) * c = a * (b * c)$
 $(\frac{ab}{2}) * c = a * \frac{bc}{2} \Rightarrow \frac{abc}{4} = \frac{abc}{2}$

5. Z de $a \Delta b = a + b + 3ab$ işlemine göre birim eleman aşağıdakilerden hangisidir?

$a \Delta e = e \Delta a = 0 \Rightarrow e = 0$
 $a + e + 3ae = 0$
 $e(1 + 3a) = 0$
 $a = -\frac{1}{3} \notin Z$
 $e = 0$

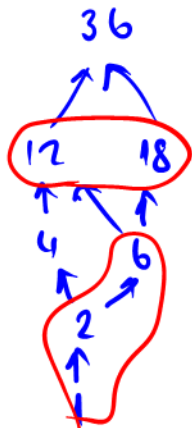
6. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\forall a \in R$ için $a^2 \in Q \rightarrow a = \sqrt[3]{2} \Rightarrow a^2 \notin Q$
 B) $\exists a \in Z$ için $\sqrt{a^3 + 17} \in Z$
 C) $\forall a \in N$ için $2a + 1 \in N$
 D) $\forall a \in Q$ için $5a + 2 \in Q$
 E) $\exists a \in Q$ için $2a - 5 \in N$

7. $A = \{1, 2, 4, 6, 12, 18, 36\}$ kümesi üzerinde $x \sim y \Leftrightarrow x|y$ kısmi sıralama bağıntısı ve $B = \{12, 18\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin en büyük alt sınırı aşağıdakilerden hangisidir?

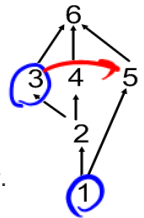
alt sınırları kümesi $= \{6, 2, 1\}$
 ebas $B = 6$



8. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi üzerinde tanımlı sıralma bağıntısı şekildeki gibidir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) 1 en küçük elemandır.
 B) 6 en büyük elemandır.
 C) 3, 5 ve 6 büyük elemanlardır.
 D) 1 küçük elemandır. minimal.
 E) 3 ve 5 karşılaştırılmaz iki elemandır.



9. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin bir ayrışımı ise $A = \{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5\}$ bu ayrışımı ait denklik bağıntısı aşağıdakilerden hangisidir?

$\beta = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (5,5)\}$
 Transiyant + Simetrik + Geçerli
 Denklik bağıntısı

10. Z de tanımlı $x \sim y \Leftrightarrow x^2 - 3x = y^2 - 3y$ bağıntısı bir denklik bağıntısıdır.
Bu denklik bağıntısına göre $1 \in Z$ nin denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?

$$x \in A, \bar{x} = \{y \in A \mid (x, y) \in R\}$$

$$x=1 \quad 1-3=y^2-3y$$

$$0=y^2-3y+2$$

$$0=(y-2)(y-1) \rightarrow y_1=1, y_2=2$$

$$\bar{1} = \{1, 2\} = \bar{2}$$

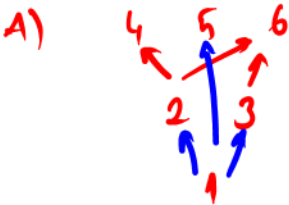
11. I. İyi sıralı her küme tam sıralıdır. ✓
II. Tam sıralı bir kümenin her alt kümesi tam sıralıdır. ✓
III. İyi sıralı bir kümenin her alt kümesi tam sıralıdır. ✓

Yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

I, II ve III doğrudur.

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi üzerinde tanımlanan aşağıdaki hangi bağıntı bir sıralama bağıntısı olur?

- A) $x \sim y \Leftrightarrow x|y$ ✓
B) $x \sim y \Leftrightarrow x > y$
C) $x \sim y \Leftrightarrow x \neq y$
D) $x \sim y \Leftrightarrow x < y$
E) $x \sim y \Leftrightarrow x + y \leq 4$



13. I. $x \sim y \Leftrightarrow 5|(x+5)$ ✓
II. $x \sim y \Leftrightarrow x \leq 3y$
III. $x \sim y \Leftrightarrow x > y$ veya $y|x$

Z^+ kümesinde tanımlanan yukarıdaki bağıntılardan hangisi ya da hangileri geçişkendir?

I. $x \sim y \wedge y \sim z \Rightarrow x \sim z$ ✓

$$\frac{x+5}{5} = k \wedge \frac{y+5}{5} = t \Rightarrow \frac{x+5}{5} \in \mathbb{Z} \wedge \frac{y+5}{5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x+y+10}{5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x+y}{5} \in \mathbb{Z}$$

$$x \leq 3y \wedge y \leq 3z \Rightarrow x \leq 9z \Rightarrow x \leq 3(3z) \Rightarrow x \leq 3y$$

$$(x > y \vee y|x) \wedge (y > z \vee z|y) \Rightarrow x > z \vee z|x$$

14. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesinin bir ayrışımı $A = \{\{1, 5, 6\}, \{2, 3\}, \{4, 7\}, \{8\}\}$ ise bu ayrışımın belirlediği denklik bağıntısının kaç elemanı vardır?

$$\{(1,1), (1,5), (1,6), (5,1), (5,5), (5,6), (6,1), (6,5), (6,6)\}$$

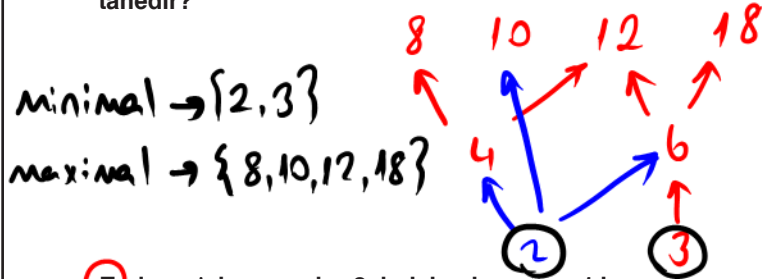
$$\begin{matrix} (1,5,6) \rightarrow 3^2 & (4,7) \rightarrow 2^2 \\ (2,3) \rightarrow 2^2 & (8) \rightarrow 1^2 \end{matrix} \quad 9 + 2 \cdot 4 + 1 = 18$$

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesi üzerinde tanımlı " $x \sim y \Leftrightarrow x = y$ veya $x + y = 8$ " bağıntısı bir denklik bağıntısı olduğuna göre, bu bağıntının kaç denklik sınıfı vardır?

$$\begin{aligned} \bar{1} &= \{1, 7\} = \bar{7} \\ \bar{2} &= \{2, 6\} = \bar{6} \\ \bar{3} &= \{3, 5\} = \bar{5} \\ \bar{4} &= \{4\} \end{aligned} \quad \bar{8} = \{8\}$$

16. $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 18\}$ kümesi üzerinde tanımlanan " $x \sim y \Leftrightarrow x|y$ " bağıntısı bir sıralama bağıntısıdır.

Buna göre, A kümesinin küçük elemanları kaç tanedir?



17. Z de $a * b = a + b - 2ab$ işlemine göre 1 in tersi hangi elemandır?

$$a * e = e * a = a$$

$$a * e = a + e - 2ae = a \Rightarrow e(1-2a) = 0$$

$$1 + k - 2k = 0 \Rightarrow 1 = k$$

$$1 + k - 2k = 0 \Rightarrow 1 = k$$

$$1^{-1} = 1$$

18. $f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ iki fonksiyon olsun.

Aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

- A) f , 1-1 ve g , 1-1 ise $g \circ f$ 1-1 dir. $f \circ g$ 1-1
B) f örten ve g örten ise $g \circ f$ örterdir. $f \circ g$ örten
C) $g \circ f$ 1-1 ise f 1-1 dir.
D) $g \circ f$ örten ise g örterdir.
E) $g \circ f$ 1-1 ise g 1-1 dir.

$g \circ f$ 1-1 ise f 1-1 her zaman.
Ayrıca g 1-1