

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesi üzerinde tanımlı Δ işlemi aşağıdaki tablo ile verilmiştir. Örneğin $1 \Delta 3 = 3$ ve $3 \Delta 1 = 2$ dir.

Δ	1	2	3	4	5
1	1	2	3	1	4
2	1	2	4	3	5
3	2	4	5	4	1
4	1	3	1	1	4
5	4	2	3	4	1

$$1 \Delta 2 = 2$$

$$2 \Delta 1 = 1$$

Bu tabloya göre A kümesinin aşağıdaki alt kümelerinden hangisinde Δ işlemine göre kapalılık ve değişme özelliği vardır?

- A) $\{1, 2\}$ B) $\{2, 3, 4\}$ C) $\{1, 4, 5\}$
D) $\{2, 4, 5\}$ E) $\{2, 3, 5\}$

2. m asal sayı olmak üzere m^4 sayısından küçük, m ile aralarında asal olan 500 tane pozitif tamsayı var olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 11 E) 13

m asal m^4 den küçük

$$m^4 \left(1 - \frac{1}{m}\right) = 500$$

$$m^4 \cdot \frac{(m-1)}{m} = m^3 \cdot (m-1) = 500$$

$$m = 5$$

3. Her sonlu grup devirlidir.

$$\mathbb{Z}_8^* = \{1, 3, 5, 7\} = \mathbb{Z}_4$$

II. Mertebesi asal olan bir grup devirlidir.

III. Bir grupta birim eleman vardır.

Yukarıda verilen yargılardan hangileri doğrudur?

- A) I B) II C) III D) I ve II E) II ve III

4. Aşağıdakilerden hangisi $\mathbb{Z}_{28}$ in bir üreticidir?

- A) 4 B) 9 C) 10 D) 12 E) 21

k ile n aralarında asal ise k, $\mathbb{Z}_n$ in bir üreticidir.

$$\text{obeb}(9, 28) = 1$$

9, $\mathbb{Z}_{28}$ in bir üreticidir.

5. a ve b pozitif tam sayıdır.

$$\text{EBOB}(a, b) = 4$$

$$\text{EKOK}(a, b) = 1200$$

şartlarını sağlayan kaç farklı (a, b) sıralı ikilisi vardır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$$300 = (2^3) \cdot (3^1) \cdot (5^2) \rightarrow p \cdot b \cdot s = (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 8$$

x ve y aralarında olsun.

$$a = 4x, b = 4y$$

$$\text{ekok}(a, b) = 1200 \quad x \cdot y = 300$$

$x \cdot y = 300 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$ köşülünü sağlayan sayıları arıyoruz.

$$x \cdot y = (2^2) \cdot (3^1) \cdot (5^2)$$

6. I. $A \cap B$ kümesi sayılabilir bir küme ise A ve B sayılabilir kümelerdir.

II. $A \cup B$ kümesi sayılabilir bir küme ise A ve B sayılabilir kümelerdir.

III. $A \subset B \subset C$ olmak üzere, C kümesi sayılabilir bir küme ise A ve B sayılabilir kümelerdir.

Yukarıdaki yargılardan hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve III E) II ve III

$$\mathbb{Z} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Z}$ sayılabilir
 $\mathbb{R}$ sayılabilir.

→ Sayılabilir bir kümenin her alt kümesi sayılabilir.

7. $A = \{x : |x| \text{ rakamdır.}\}$ kümesi üzerinde tanımlı olan,

$$\beta = \{(x, y) : 3 \mid x - y \text{ (3 böler } x - y)\}$$

bağıntısı için 1 in denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, -4, -7, 2, 5, 8\}$

B) $\{0, 3, -3, -6, -9\}$

C) $\{-5, -3, -1, 1, 2, 5\}$

D) $\{-2, -5, -8, 1, 4, 7\}$

E) $\{1, 5, 7, -2, -4\}$

$$A = \{x : |x| \text{ rakam}\} = \{-9, -8, -7, \dots, 0, 1, 2, \dots, 9\}$$

$$B = \{(x, y) : 3 \mid x - y\}$$

$$\bar{1} = \{y \in A : (1, y) \in B\}$$

$$(1, -8), (1, -5), (1, -2), (1, 1), (1, 4), (1, 7)$$

$$\bar{1} = \{-8, -5, -2, 1, 4, 7\}$$

8. $(a^2 - b^2)(a + b) = (a - b)(a + b)^2 = p \Rightarrow p$ asal old. dan

a, b asal sayı, a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$$(a^2 - b^2) \cdot (a + b) = p$$

olduğuna göre, a · b çarpımının değeri en çok kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -5 E) -7

$$a - b = p \quad a + b = 1 \quad a + b = -1$$

$$\left. \begin{array}{l} a - b = p \\ a + b = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2a = p + 1 \Rightarrow a = \frac{p+1}{2} \\ \frac{p+1}{2} - b = p \Rightarrow b = \frac{1-p}{2} \end{array}$$

$$a \cdot b = \frac{p+1}{2} \cdot \frac{1-p}{2} = \frac{1-p^2}{4} \Rightarrow a \cdot b < 0$$

$$p = 3 \quad a \cdot b = \frac{-8}{4} = -2$$

9. x ve y birer doğal sayı,

$$\begin{aligned} 2^x &\equiv 7 \pmod{9} \\ 5^y &\equiv 8 \pmod{9} \end{aligned}$$

olduğuna göre,

I. $x + y$ toplamı en az 7 dir.

II. $2^x \cdot 5^y \equiv 2 \pmod{9}$ dur.

III. $2^{x+1} \equiv 2 \pmod{3}$ tür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III

II) $2^x \cdot 5^y = 7 \cdot 8 = 2 \pmod{9}$

$$(2,9)=1 \quad 2^{\varphi(9)} \equiv 2^6 \equiv 1 \quad (2^6)^m \equiv 1$$

$$7 \cdot 2^{6m} \equiv 1 \cdot 7 \Rightarrow 2^{6m} \cdot 16 \equiv 2^{6m+4} \equiv 7$$

$$(5,9)=1 \quad 5^{\varphi(9)} \equiv 5^6 \equiv 1 \quad (5^6)^n \equiv 1$$

$$5^{6n} \cdot 8 \equiv 8 \Rightarrow 5^{6n+3} \equiv 8$$

I) $m, n \in \mathbb{N}$ $x = 6m+4$
 $y = 6n+3$

III) $x = 6m+4$

$$2^{x+1} = 2^{6m+5} = (-1)^{\text{Tek}} \equiv -1 \equiv 2$$

10. $\varphi(n)$, Euler fonksiyonunu göstermek üzere,

$$12^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{7}$$

şartını sağlayan n değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 6

B) 7

C) 10

D) 13

E) 15

0 halde $\varphi(n)=6$ şartını sağlayan n arıyoruz. $\varphi(7)=7 \cdot (1 - \frac{1}{7}) = 6$

n asal ve $\text{obeb}(x, n)=1$

$x^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$, n sayısının

da asal çarpanları a ve b

$$\varphi(n) = n \cdot (1 - \frac{1}{a}) \cdot (1 - \frac{1}{b}) \quad 12^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{7}$$

n=7

11. N doğal sayılar kümesi ve $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \{1, i, -1, -i\}$$

$$f(x) = i^x$$

fonksiyonu için,

I. $f(10) + f(16) = -2$

II. $|f(3) + f(2)| < |2f(5)|$

III. $A = \{k \mid k = 4n, n \in \mathbb{Z}^+\}$ ise $f(A) = \{1\}$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) II ve III

E) I, II ve III

I) $f(10) + f(16) = i^{10} + i^{16} = -1 + 1 = 0$

II) $|f(3) + f(2)| < |2f(5)|$

$$|i^3 + i^2| < |2 \cdot i|$$

$$|-i - 1| < |2i|$$

$$\sqrt{1+1} < \sqrt{4} \Rightarrow \sqrt{2} < 2$$

III) $A = \{k \mid k = 4n, n \in \mathbb{Z}^+\}$

$$f(A) = \{i^{4n} \mid n \in \mathbb{Z}^+\} = \{1\}$$

12. Tam sayılar kümesinde tanımlı β bağıntısı

$$\beta = \{(x, y) \mid x - y = 4m, m \text{ bir tam sayı}\}$$

şeklinde veriliyor.

β bağıntısı ile ilgili,

- + I. Simetri özelliği vardır.
- + II. Geçişme özelliği vardır.
- + III. Denklik bağıntısıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III I, II ve III

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad x - x = 0 = 4 \cdot 0 \quad (x, x) \in \beta$$

Yansıyan

$$\forall (x, y) \in \beta \quad x - y = 4m$$

$$y - x = 4 \cdot (-m)$$

$$\forall (x, y) \in \beta \quad \text{in} \quad (y, x) \in \beta$$

Simetrik

$$x - y = 4m_1$$

$$y - z = 4m_2$$

$$x - z = 4(m_1 + m_2)$$

$$(x, z) \in \beta$$

Geçişken

$\neg I + S + Gec = \text{Denklik}$

13. Aşağıda verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

- A) Bir devirli grubun her alt grubu da devirlidir. +
- B) Mertebesi k olan bir devirli grubun tam $\phi(k^2)$ tane üreteci vardır.
- C) Z devirli grubunun üreteçleri 1 ve -1 dir. +
- D) $k \in \mathbb{Z}_n$ nin bir üreteç olması için gerek ve yeter koşul $k \in \mathbb{Z}_n^*$ olmasıdır. +
- E) Devirli her grup değişmelidir. +

→ mertebesi k olan devirli bir grubun $\phi(k)$

$$\langle 1 \rangle = \langle -1 \rangle = \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Z}_8 = \langle 1 \rangle = \langle 3 \rangle = \langle 5 \rangle = \langle 7 \rangle$$

$$\mathbb{Z}_8^* = \{1, 3, 5, 7\}$$

14. $7^{15} \equiv x \pmod{5}$ denkleğini sağlayan en küçük x pozitif tam sayısı kaçtır?

Bir öğrencinin modüler aritmetik ile ilgili yukarıda sorulan soru için yaptığı çözüm aşağıdaki gibidir.

$$7^{15} \equiv x \pmod{5}$$

$$2^{15} \equiv x \pmod{5} \quad (7 \text{ nin } 5 \text{ ile bölümünden kalan } 2) +$$

$$2^0 \equiv x \pmod{5} \quad (15 \text{ nin } 5 \text{ ile bölümünden kalan } 0)$$

$$1 \equiv x \pmod{5}$$

olduğundan $x=1$ dir.

Buna göre, bu öğrenciye aşağıdaki geri bildirimlerden hangisini vermek uygundur?

- A) $a^{m \cdot k + n} \equiv a^n \pmod{m}$ denkleğinin k tam sayısı için her zaman geçerli olmadığı
- B) Modüler aritmetikte işlemlerin denkleğinin her iki tarafına da uygulanması gerektiği
- C) $(5k + n)^a \equiv n^a \pmod{5}$ denkleğinin her k ve n tam sayısı için geçerli olduğu
- D) Modu 5 olan işlemlerde tabanın kalanına göre işlem yapılamayacağı
- E) $a^{5k+n} \equiv a^{k+n} \pmod{5}$ olması gerektiği

$$7 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$2^{15} \neq 2^0$$

$$a^{m \cdot k} \cdot a^n \equiv a^n \pmod{m}$$

15. R: Reel sayılar kümesini

Z: Tam sayılar kümesini

Q: Rasyonel sayılar kümesini

göstermek üzere, aşağıdakilerden hangisi verilen işleme göre, grup değildir?

A) R, toplama işlemine göre

B) $Q - \{0\}$, çarpma işlemine göre

C) Z, toplama işlemine göre

D) Q, toplama işlemine göre

E) R, çarpma işlemine göre

Cebirsel yapı (kapalılık)
Birleşme Özelliği

$(a+b)+c = a+(b+c)$ Birim Eleman

$0 \in R$ Ters

$a \in R, -a \in R$

$1 \in R$ ana $0^{-1} = \frac{1}{0} \in R$

R^*

16. $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 7, 12\}$

kümeleri veriliyor.

A'dan B'ye tanımlı $f(x) = x^2 + 3$ fonksiyonu için,

I. İçine fonksiyondur.

II. Bire bir fonksiyondur.

III. Ters de fonksiyondur.

$f(1) = 4$
 $f(2) = 7$
 $f(3) = 12$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

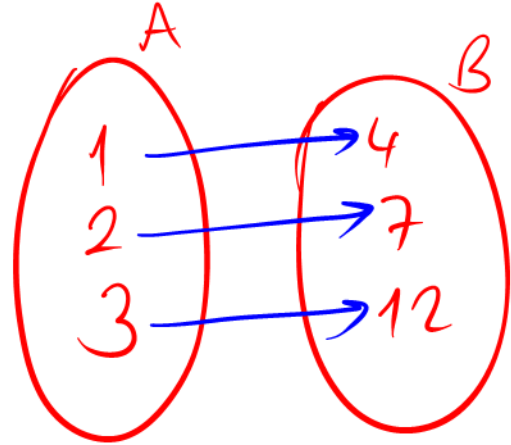
A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III



$f(A) = B$

17. R, reel sayılar kümesini

$\mathbb{C}$, kompleks sayılar kümesini

Z, tam sayılar kümesini

I. $(R, +, \cdot)$

II. $(Z, +, \cdot)$

III. $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

cebirsel yapılarından hangileri bir cisim belirtir?

(+; toplama, $\cdot$; çarpma işlemidir.)

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) I ve III

$a \cdot b = b \cdot a$

göstermek üzere,

Halka

Birimi ve değişimlik

0 dışında her elemanın
tersi varsa o halkaya
cisim!

$1 \in \mathbb{Z}$, $a \cdot b = b \cdot a$ $2^{-1} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

18. Z tam sayılar kümesini, "+" toplama işlemini göstermek üzere, aşağıdakilerden hangisi $(Z, +)$ grubunun bir alt grubu değildir?

A) $2\mathbb{Z}$

B) $2\mathbb{Z} \cup 10\mathbb{Z}$

C) $2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z}$

D) $\mathbb{Z} \cup 6\mathbb{Z}$

E) $\mathbb{Z} \cup 5\mathbb{Z}$

Sıfırdan grup oluyorsa

B) $2\mathbb{Z} \cup 10\mathbb{Z} = 2\mathbb{Z}$ ✓

C) $2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z} = \{ \dots, -6, -4, -2, -3, \dots \}$
 $2+3=5$

19. $A = \{x : -1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{x : -3 \leq x < 2, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

kümeleri veriliyor.

$A \times B$ Kartezyen çarpım grafiğinin belirttiği bölgede koordinatlarının ikisi de tam sayı olan kaç nokta vardır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$$

$$= 5 \cdot 5$$

$$= 25$$

20. Reel sayılar kümesi üzerinde Δ işlemi,

$$a \Delta b = a - b + ab$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işlemiyle ilgili olarak

I. Birleşme özelliği vardır.

II. Değişme özelliği vardır.

III. Etkisiz elemanı vardır.

IV. Kapalılık özelliği vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) Yalnız IV
D) I ve IV E) II, III ve IV

$$a \Delta e = a - e + a \cdot e = a$$

$$e(a - 1) = 0$$

"
1

e yoktur.

$$a - b = b - a$$

$$a \Delta b = a - b + ab \in \mathbb{R}$$

21. $3^m \equiv 3 \pmod{19}$

olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 38 B) 55 C) 93 D) 110 E) 123

$$(3, 19) = 1$$

$$3^{19-1} = 3^{18} \equiv 1 \pmod{19}$$

$$(3^{18})^3 \equiv 1 \Rightarrow 3^{54} \cdot 3 \equiv 3 \pmod{19}$$

$$3^{55} \equiv 3$$

22. $\Phi(n)$; Euler fonksiyonu olmak üzere,

$$\Phi(n) = 2$$

eşitliğini sağlayan n pozitif tam sayılarının toplamı kaçtır?

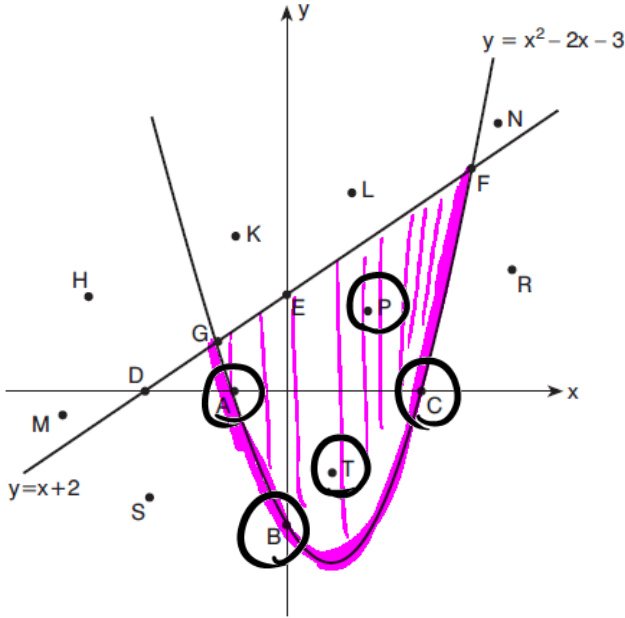
- A) 5 B) 8 C) 9 D) 12 E) 13

$$\varphi(n) = 2$$

$$\rightarrow 3, 4, 6$$

$$3 + 4 + 6 = 13$$

23.



A, B, T, C, P

Şekilde verilen 16 noktadan kaç tanesi,

$$y \geq x^2 - 2x - 3$$

$$y < x + 2$$

eşitsizlik sistemini sağlar?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

24. $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ tam sayılar halkasında $n \in \mathbb{Z}$ için $n\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$ halkasının bir ideali ve $a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

I. $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = \text{obeb}(a, b)\mathbb{Z}$ ✓

II. $(a\mathbb{Z})(b\mathbb{Z}) = (a \cdot b)\mathbb{Z}$

III. $a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z} = \text{ekok}(a, b)\mathbb{Z}$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

(+; toplama işlemini, $\cdot$; çarpma işlemini göstermektedir.)

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve III E) II ve III

$$a\mathbb{Z} \cdot b\mathbb{Z} = a \cdot b \cdot \mathbb{Z}$$

$$2\mathbb{Z} = \{\dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

$$3\mathbb{Z} = \{\dots -6, -3, 0, 3, 6, \dots\}$$

$$2\mathbb{Z} + 3\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

$$2\mathbb{Z} \cap 3\mathbb{Z} = \{\dots -6, 0, 6, 12, \dots\}$$

25. $16! + 18! + 20! \equiv x \pmod{17}$

denkliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5 B) 9 C) 10 D) 15 E) 16

$$16! \equiv -1 \pmod{17}$$

$$16! \equiv -1 + 17 \equiv 16$$

26. Mertebesi n olan çarpımsal bir devirli grubun 12 tane üreteci var olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 36 B) 40 C) 48 D) 64 E) 96

$$\varphi(n) = 12$$

$$\varphi(36) = (2^2 - 2) \cdot (3^2 - 3) = 2 \cdot 6 = 12$$

27. I. Sayılabilir sonsuzlukta bir kümenin her alt kümesi de sayılabilir.

II. A ve B sayılabilir iki küme ise $A \times B$ kümesi de sayılabilir.

III. Bir A kümesinin kuvvet kümesinin kardinalitesi A kümesinin kardinalitesine eşittir.

$$s(A) \neq s(P(A))$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

28. Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için,

$A \times B \subseteq B \times C$ olduğuna göre,

I. $A \cup B = C$

II. $A \subseteq C$

III. $B \cap C = A$

$$A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{1, 2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2)\}$$

$$B \times C = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

$$A \times B \subseteq B \times C$$

$$A \cup B = \{1\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2\}$$

$$B \cap C = \{1, 2\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2\}$$

29. m ve n pozitif tam sayı olmak üzere,

$$Z_n \oplus Z_m$$

bir devirli grup olduğuna göre, (n, m) ikilisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (6, 8) B) (4, 6) C) (9, 15)
D) (8, 9) E) (12, 24)

$$(m, n) = 1$$

30. 1800. mertebeden bir devirsel grubun kaç tane alt grubu vardır?

- A) 3 B) 10 C) 12 D) 30 E) 36

$$1800 = 18 \cdot 10^2 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \Rightarrow p.b.s = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

p.b.s = alt grup

31. S_9 grubunda (2345)(5678) permütasyonunun tersi hangisi değildir?

- A) (8765)(5432) B) (7658)(4325) C) (6587)(3254)
D) (5432)(8765) E) (5876)(3254)

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$((2345)(5678))^{-1} = (8765)(5432)$$

32. Aşağıda, kümelerle ilgili bazı ifadeler verilmiştir.

- I. $s(A) < s(B)$ ise $A \subset B$ dir.
- II. $\{a, b\} \subset \{a, b, c, d\}$ gösterimi doğrudur.
- III. $A = \{x, y, z, \{x, z\}\}$ kümesinin eleman sayısı 4'tür.

Bu ifadelerden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) II ve III
C) Yalnız III D) I, II ve III

Yukarıdaki test sorusuna cevap olarak "D" şikkını işaretleyen bir öğrenciye aşağıdaki geri bildirimlerden hangisini vermek en uygundur?

- A) Bir kümeye bir elemanın birden fazla defa yazılamayacağı
B) Bir kümenin alt kümesinin daima kendisinden daha az elemanlı olduğu
C) Liste yöntemiyle kümelerin gösteriminde elemanların virgüllerle ayrıldığı
D) $s(A) \leq s(B)$ ise $A \subset B$ olduğu
E) $A = \{a, e\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ kümeleri için $s(A) < s(B)$ olduğu fakat $A \subset B$ olmadığı

33. I. İki irrasyonel sayı arasında en az bir reel sayı vardır.
II. İrrasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.
III. Rasyonel sayılar kümesi sayılabilir.

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$$

$$II) \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$III) \mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}, \text{Ceb. } (0,1) \cap \mathbb{Q}$$

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I, II ve III

34. m modülüne göre asal kalan sınıflarının sayısı $\phi(m)$ olduğuna göre, $\phi(m) = m - 1$ şartını sağlayan iki basamaklı 40 tan küçük kaç m sayısı vardır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

$$\phi(m) = m - 1$$

$$11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37$$

35. $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı f ve g permütasyon fonksiyonları,

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & b & a \end{pmatrix} \text{ ve } g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$$

olduğuna göre, $g^{-1} \circ f$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & c & d \end{pmatrix}$

$$g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$$

$$g^{-1} \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$$

36. H bir halka ve B de onun bir ideali olduğuna göre,

- I. H/B bir halka belirtmez. — $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \cong (\mathbb{Z}_2)$
+ II. $a \in B$ ve $x \in H$ ise $ax \in B$ dir. — tanımlı
+ III. B , H nin bir alt halkasıdır. —
yargılarından hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

37.

A	$g(x)$	$f(x)$
$(x+1)^{15}$	$B = x^{15}$	$x+1$
$\sin 5x$	$\sin x$	$C = 5x$
$\sqrt{2+2x}$	$\sqrt{4-x}$	$2-2x$

Derste tahtaya yukarıdaki tabloyu çizerek sınıfa A, B ve C ile gösterilen yere nelerin gelmesi gerektiğini soran bir öğretmenin öğrencilerde aşağıdaki kazanımlardan hangisini oluşturmaya çalıştığı söylenebilir?

- A) İkili işlem ve ikili işlemin özelliklerini açıklar.
B) Fonksiyonlarda bileşke işlemini örneklerle açıklar.
C) Gerçek sayılar kümesinde tanımlı, f ve g fonksiyonlarından elde edilen $f+g$, $f-g$ fonksiyonlarını bulur.
D) Fonksiyon çeşitlerini açıklar.
E) Fonksiyonların tanım kümelerini buldurur.

$$2-2x \text{ ve } \sqrt{4-x}$$

$$\sqrt{4-x} \circ (2-2x) = \sqrt{2+2x}$$

38. Tam sayılarda tanımlı,

$f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları için,

- I. f ve g bire bir ise $g \circ f$ bire birdir.
- II. f bire bir, g örten ise $g \circ f$ örtendir.
- III. f örten, g bire bir ise $g \circ f$ bire birdir.

yargılarından hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

i) f ve g 1-1 bileşke 1-1
 ii) f ve g örtens bileşke örtens
 iii) $f \circ g$ 1-1 ise g 1-1
 iv) $f \circ g$ örtens ise f örtens.
 $f \circ g$ 1-1 ve g örtens f 1-1
 $f \circ g$ 1-1 $\Rightarrow$ 1-1 değil

39. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ eşitliğinin doğruluğunu küme işlemleri yardımıyla gösteriniz.

sorusunu çözen bir öğrencinin çözümü aşağıda verilmiştir.

Eşitliğin sol tarafına,

- (I) $A \cap (B \cup C)'$
- (II) $A \cap (B' \cap C')$
- (III) $A \cap A \cap (B' \cap C')$
- (IV) $A \cap (A \cap B') \cap C'$
- (V) $(A \cap B') \cap (A \cap C')$
- (VI) $(A - B) \cap (A - C)$

$(A - B = A' \cap B)$
 (De Morgan kuralı)

$$A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

işlemleri sırasıyla uygulanırsa eşitliğin sağ tarafı elde edilir.

Öğrenci numaralandırılmış her adımda yaptığı işlemin açıklamasını satırın yanına yazdığına göre, öğrenci hangi adımda hatalı bir açıklama yapmıştır?

- A) I.
- B) III.
- C) IV.
- D) V.
- E) VI.

40. Aşağıdakilerden hangisi orta öğretim matematik dersi programında yer alan cebir öğrenme alanının bölümü değildir?

- A) Trigonometri
- B) İkinci dereceden denklemler
- C) Eşitsizlikler
- D) Parabol
- E) Fonksiyonlar

geometri

41. Bir öğrenci, $f: (-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun görüntü kümesini $\left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right\}$ şeklinde bulmuştur.

Buna göre, bu öğrencinin aşağıdakilerden hangilerine yönelik bir kavram yanılgısı olduğu söylenebilir?

- I. Görüntü kümesini tanım kümesindeki birkaç elemanın görüntüsüyle tahmin etme
- + II. Bir aralıkta sonsuz reel sayının olduğunu düşünememe
- III. ~~Açık genelleme~~ sonucu görüntü kümesini belirleyememe

- A) Yalnız I **4** B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

42. $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{10}$ toplumsal grubunda $(\bar{3}, \bar{6})$ elemanın mertebesi kaçtır?

- A) 25 B) 24 C) 15 **4** D) 10 E) 6

43. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesi üzerinde yansıyan ve simetrik özelliklerine sahip **9** elemanlı kaç bağıntı yazılabilir?

- A) 24 B) 25 C) 30 D) 35 **4** E) 45



44. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- ~~A) $p \Rightarrow q$ önermesinin TERSİ $p' \Rightarrow q'$~~
- ~~B) $p \Rightarrow q$ önermesinin KARŞITI $q' \Rightarrow p'$~~
- C) $p \Rightarrow q$ önermesinin KARŞIT TERSİ $q' \Rightarrow p$
- ~~D) $p \Rightarrow q$ önermesinin TERSİ $p' \Rightarrow q$~~
- E) $p \Rightarrow q$ önermesinin KARŞITI $p' \Rightarrow q'$

$$\begin{aligned} -2 < x &\leq 3 \\ 0 &\leq x^2 \leq 9 \\ 1 &\leq x^2 + 1 \leq 10 \\ \frac{1}{10} &\leq \frac{1}{1+x^2} \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -1 &\rightarrow \frac{1}{2} \\ x = 0 &\rightarrow 1 \\ x = 1 &\rightarrow \frac{1}{2} \\ x = 2 &\rightarrow \frac{1}{5} \\ x = 3 &\rightarrow \frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$o(\bar{3}, \bar{6}) = [2, 5] = 10$$

$$o(3) = 2 \quad o(6) = 5$$

$$o(3, 6) = 10 \Rightarrow (3, 6)^{10} = (0, 0)$$

$$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)$$

$$s(A \times A) = s(A) \cdot s(A) = 25$$

$$25 - 5 = 20 \quad \binom{10}{2} = 45$$

$$(12, 21) \quad (13)(31)$$

$$p \Rightarrow q \text{ kor } q \Rightarrow p$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad p \Rightarrow q \text{ kor } q \Rightarrow p \\ \checkmark \quad p \Rightarrow q \text{ tersi } p' \Rightarrow q' \\ \checkmark \quad p \Rightarrow q \text{ k.ter } q' \Rightarrow p' \end{aligned}$$

45. $A = \{x \mid 5 < x < 19 \text{ ve } x \text{ tam sayı}\} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 18\}$
 $B = \{x \mid 12 < x < 23 \text{ ve } x \text{ tam sayı}\} = \{13, 14, 15, \dots, 22\}$
 $C = \{x \mid -1 < x < 11 \text{ ve } x \text{ reel sayı}\} = (-1, 11)$

olduğuna göre, $s[(A - B) \cup (A - C)]$ kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 11 D) 13 E) 17

$$\begin{aligned} A - B &= \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ A - C &= \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} A - B &= \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ A - C &= \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\} \end{aligned}} \right\} \{6, 7, 8, \dots, 18\}$$

$$18 - 6 + 1 = 13$$

46. $\mathbb{Z}_{24}$ ün alt gruplarının sayısı kaçtır?

- A) 24 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

$$|\mathbb{Z}_{24}| = 24 = 2^3 \cdot 3 \quad \text{alt grup} = p \cdot b \cdot s = (3+1) \cdot (1+1) = 8$$

47. 11^{10} dan küçük, 11^{10} ile aralarında asal olan a tane doğal sayı olduğuna göre, $\frac{11^{10}}{a}$ kaçtır?

- A) 11^9 B) 11 C) 10 D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{1}{11}$

$$\varphi(11^{10}) = 11^{10} - 11^9 = a$$

$$\frac{11^{10}}{a} = \frac{11^{10}}{11^9(11-1)} = \frac{11}{10}$$

48. $18! + 20! \equiv x + 2 \pmod{19}$

kongrüansını sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) 5 C) 12 D) 16 E) 18

$$20! = 20 \cdot 19 \cdot 18! \equiv 0 \pmod{19}$$

$$18! \equiv -1$$

$$18! \equiv x + 2 \pmod{19}$$

$$-1 - 2 \equiv x \Rightarrow x \equiv -3$$

$$x \equiv -3 + 19 = 16$$

49. $x^2 + x + 7 \equiv 0 \pmod{27}$

kongrüansının çözüm kümesinin elemanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 73 B) 103 C) 111 D) 135 E) 271

$$x^2 + x + 7 \equiv x^2 + x - 20$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -5 & 4 \end{array}$$

$$x_1 = -5 \rightarrow -5 + 108 = 103$$

50. $x = \{-1, -2, 1\}$ kümesinden $y = \{0, -1, 2\}$ kümesine tanımlanmış f tasviri bijektif olduğuna göre, f aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f: x \rightarrow y = x^2 - 2$

B) $f: x \rightarrow y = \frac{x+1}{x}$

C) $f: x \rightarrow y = -x$

D) $f: x \rightarrow y = x + 1$

E) $f: x \rightarrow y = x^2 + x$

~~B) $y = 1 + \frac{1}{x}$~~

~~C) $y = -x$~~

D) $y = x + 1$

$f: U \rightarrow V$

$f^{-1}: V \rightarrow U$

~~A) $y = x^2 - 2$~~

$-1 \rightarrow -1$
 $-2 \rightarrow 2$
 $1 \rightarrow -1$

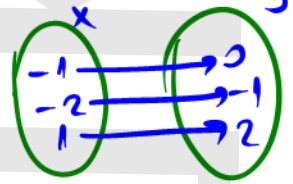
$-1 \rightarrow 0$
 $-2 \rightarrow \frac{1}{2}$

farklıyon değil

$-1 \rightarrow 1$
 $-2 \rightarrow 2$

farklıyon

$-1 \rightarrow 0$
 $-2 \rightarrow -1$
 $1 \rightarrow 2$



51. Z_{20}^* grubunda $\bar{3}$ elemanının tersi kaçtır?

($Z_{20}^* : Z_{20}$ nin asal kalan sınıfları grubu)

A) $\bar{1}$

B) $\bar{2}$

C) $\bar{4}$

D) $\bar{7}$

E) $\bar{11}$

z_{20}^*

$3 \cdot ? = 1$

$3 \cdot 7 = 1 \pmod{20}$

52. $2^{5^{19}} + 1$ sayısının 19 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 18

B) 15

C) 14

D) 6

E) 1

$2^5 + 1 = 32 + 1 = 33$

5^{19}

$5^{19-1} = 5^{18} \equiv 1 \pmod{19}$

$5^{18} \equiv 1 \Rightarrow 5^{19} \equiv 5 \pmod{19}$

$33 \equiv x \pmod{19}$ $33 \equiv 14 \pmod{19}$

53. f ve g birer fonksiyon olmak üzere,

$f(x) = g^{-1}(x)$ ve $(f^{-1} \circ g)(x) = 4x - 3$

olduğuna göre, $(g \circ g)(4)$ kaçtır?

A) 9

B) 11

C) 13

D) 15

E) 17

$f(x) = g^{-1}(x) \Rightarrow g \circ f(x) = x$

$(g \circ f) \circ (f^{-1} \circ g) = 4x - 3$

$g \circ g(x) = 4x - 3$

$g \circ g(4) = 4 \cdot 4 - 3 = 13$

54. a ve b sayma sayılarının en büyük ortak böleni 3'tür.

$a - b = 6$ ve

$3 \cdot (a, b)_{\text{okk}} = 5(a + 5b + 15)$

$(a, b) = 3$

$[3x, 3y] = 3x \cdot y$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 15

B) 18

C) 24

D) 30

E) 60

$3x + 3y = 3 \cdot 8$

$a = 3x, b = 3y$
 $3x - 3y = 3(x - y) = 6 \Rightarrow x - y = 2$

$3 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 5(3x + 3y + 15)$

$3 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 5 \cdot 3(x + y + 1)$

$3 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 5 \cdot 3(x + y + 1) \Rightarrow x + y = 8$

55. Uygun şartlarda tanımlı " $\star$ " işlemi,

$$x \star y = x + y + a - 2 \text{ biçiminde veriliyor.}$$

34a

" $\star$ " işlemine göre 3'ün tersi a olduğuna göre, bu işlemin birim elemanı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 3

$$x \star e = x + e + a - 2 = x \Rightarrow e = 2 - a$$

$$3 \star a = 3 + a + a - 2 = 2 - a$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$e = 2 - a$$

$$= 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

56. Mertebesi 20 olan çarpımsal grubun kaç tane üretici vardır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 4 E) bilinemez

57. Tam sayılar üzerinde,

$$y + s + 6$$

$$I) a = b^2$$

$$(-1, -1) \rightarrow -1 \neq 1$$

I. " $a \sim b \Leftrightarrow a = b^2$ " dir.

$$II) a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - a = 0 = 5k$$

Y

II. " $a \sim b \Leftrightarrow k \in \mathbb{Z}$ için $a - b = 5k$ " dir.

$$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - b = 5k, b - a = -5k$$

Sim.

III. " $a \sim b \Leftrightarrow k \in \mathbb{Z}$ için $2 \mid a \cdot b$ " dir."

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - b = 5k$$

$$+ b - c = 5t$$

$$a - c = 5(k + t)$$

geçerli

ifadelerinden hangileri denklik bağıntısıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

$$III) \frac{a \cdot b}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$1 \in \mathbb{Z} \text{ için } \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$$

58. $A = \{0, 2, 4, 6\} \subset \mathbb{Z}_8$

kümesi üzerinde toplama ve çarpma işlemlerine göre

$$A = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$1 \notin A$$

I. A bir tamık bölgesidir.

II. A bir halkadır.

III. A bir cisimdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

59. $f: A \rightarrow B, y = f(x)$ fonksiyonu için fonksiyon çeşitlerini öğrencilerine soran Cihan Öğretmen öğrencilerinden aşağıdaki cevapları almıştır:

I. $[\forall x_1, x_2 \in A \text{ ve } x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)]$

$\Leftrightarrow f$ bire birdir, denir.

II. $[\forall x_1, x_2 \in A \text{ ve } f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2]$

$\Leftrightarrow f$ bire birdir, denir.

III. $\forall y \in B$ için $f(x) = y$ olacak şekilde en az bir $x \in A$ varsa f örtendir, denir.

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

$\rightarrow$ örtün tanımlı

Buna göre verilen öğrenci cevaplarından hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) II ve III C) I ve III
D) I, II ve III ~~E) Yalnız III~~

60. Fonksiyonlar konusunu anlatan Aslı Öğretmen tahtaya öğrencisi Murat'ı kaldırarak " $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ " olduğunu göstermesini istemiştir.

1. adım: $y = (f \circ g)(x)$ yazılır ve her tarafın f^{-1} ile bileşkesi alınır

2. adım: $f^{-1} \circ y = f^{-1} \circ (f \circ g)(x) \Rightarrow f^{-1} \circ y = g(x)$ olur.

3. adım: Her tarafın g^{-1} ile bileşkesi alınır
 $f^{-1} \circ y \circ g^{-1} = g^{-1} \circ g(x) \Rightarrow f^{-1} \circ y \circ g^{-1} = x$ olur.

4. adım: $g^{-1} \circ f^{-1} \circ y = x$ ve $x = (f \circ g)^{-1}(y)$ yazılırsa

5. adım: $(g^{-1} \circ f^{-1})(y) = (f \circ g)^{-1}(y)$ olur.

$$y = (f \circ g)(x)$$

$$f^{-1} \circ y = f^{-1} \circ f \circ g(x)$$

$$f^{-1} \circ y \circ g^{-1} = g \circ g^{-1}$$

Buna göre, Murat yukarıdaki ispat aşamalarından hangisinde hata yapmıştır?

- A) I B) II ~~C) III~~ D) IV E) V

- 1: C 2: C 3: E 4: B 5: C 6: E 7: D 8: B 9: E 10: B 11: D 12: E
13: B 14: A 15: E 16: D 17: E 18: C 19: B 20: C 21: B 22: E 23: A 24: D
25: E 26: A 27: C 28: B 29: D 30: E 31: D 32: E 33: D 34: D 35: B 36: E
37: B 38: A 39: A 40: A 41: B 42: D 43: E 44: A 45: D 46: C 47: D 48: D
49: B 50: D 51: D 52: C 53: C 54: C 55: D 56: E 57: B 58: B 59: E 60: C